



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

ΛΟΓΙΚΟ-ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ & ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Ενότητα 4: Οι αριθμητικές πράξεις:

Πρόσθεση - Αφαίρεση

Δημήτρης Χασάπης

Τμήμα Εκπαίδευσης και Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία

Οι αριθμητικές πράξεις:

Πρόσθεση - Αφαίρεση

Εισαγωγικό σχόλιο

Οι μαθηματικές έννοιες και η σχέση τους με τις καταστάσεις της πραγματικότητας

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΝΝΟΙΑ

Κάθε μαθηματική έννοια ορίζεται και αποκτά νόημα στα πλαίσια μιας ευρύτερης μαθηματικής θεωρίας στην οποία εντάσσεται και η οποία περιλαμβάνει:

- ένα σύνολο αρχικών όρων και αξιωμάτων και
- ένα σύνολο θεωρημάτων, τα οποία αποδεικνύονται και ισχύουν ως αληθή στα πλαίσια της θεωρίας αυτής.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Η πράξη της **πρόσθεσης** ορίζεται στο πλαίσιο της μαθηματικής θεωρίας της αριθμητικής ως

- **μια συνάρτηση** f ορισμένη σε ένα σύνολο A , η οποία
- υποκείμενη σε καθορισμένους κανόνες (ιδιότητες)
- **αντιστοιχίζει σε κάθε ζεύγος στοιχείων του συνόλου A ένα μοναδικό στοιχείο του ίδιου συνόλου**
($f : A \times A \rightarrow A$)



ΚΑΝΟΝΕΣ (ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ) ΤΗΣ ΠΡΟΣΘΕΣΗΣ

Η πρόσθεση είναι πράξη

- **Αντιμεταθετική:**
για οποιαδήποτε $\alpha, \beta \in A$ είναι $\alpha + \beta = \beta + \alpha$
- **Προσεταιριστική:**
για οποιαδήποτε $\alpha, \beta, \gamma \in A$ είναι $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$
- **Επιμεριστική ως προς τον πολλαπλασιασμό:**
για οποιαδήποτε $\alpha, \beta, \gamma \in A$ είναι $\alpha \times (\beta + \gamma) = (\alpha \times \beta) + (\alpha \times \gamma)$
- **Το 0 είναι ουδέτερο στοιχείο ως προς την πρόσθεση:**
για κάθε $\alpha \in A$ είναι $\alpha + 0 = \alpha$



ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ ΟΜΩΣ

οι μαθηματικές έννοιες χρησιμοποιούνται για την απεικόνιση ποσοτικών χαρακτηριστικών, σχέσεων και μετασχηματισμών οι οποίες εισάγονται μέσα από την ανθρώπινη δραστηριότητα σε αντικείμενα και καταστάσεις της πραγματικότητας.



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Όροι και αξιώματα - Θεωρήματα

Πρόσθεση
Έννοια & Ιδιότητες

Μεταβολή

Ένωση

Καταστάσεις της πραγματικότητας



ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ

Κάθε τέτοια αντιστοίχιση

μαθηματικών εννοιών

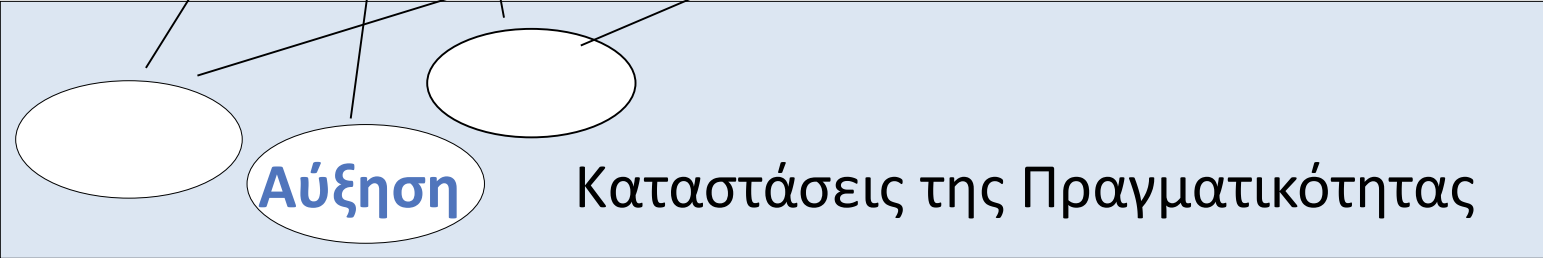
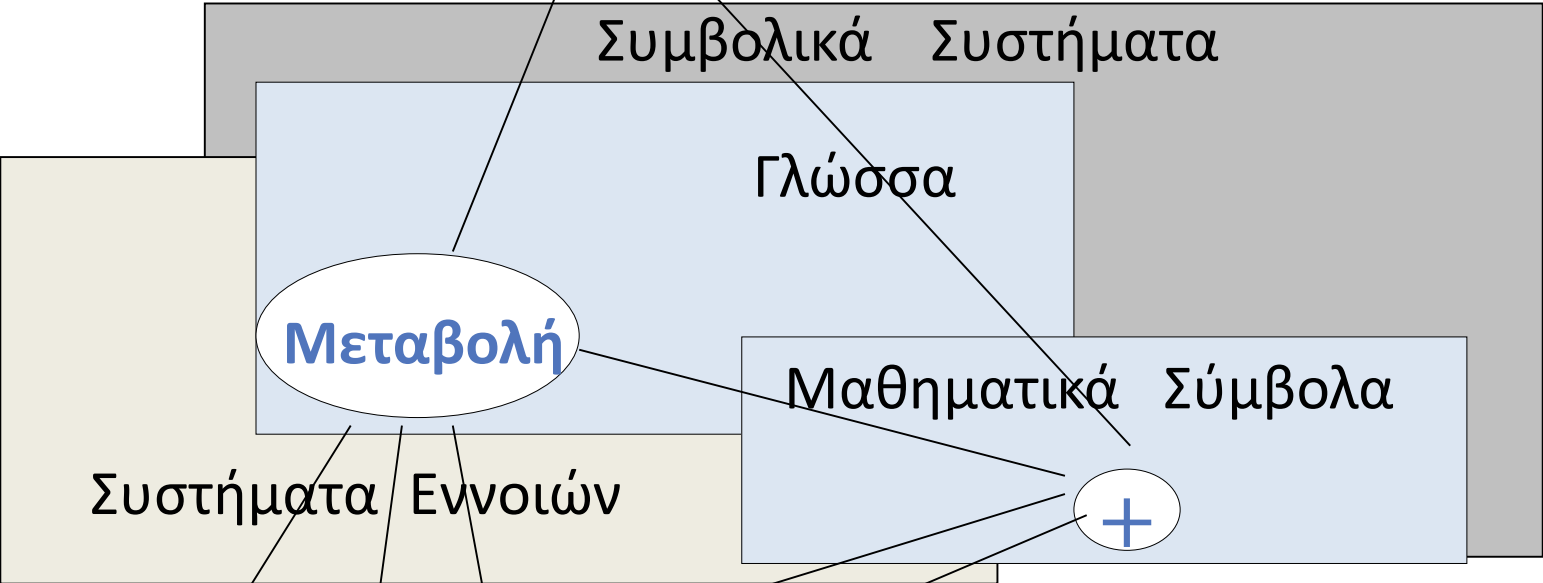
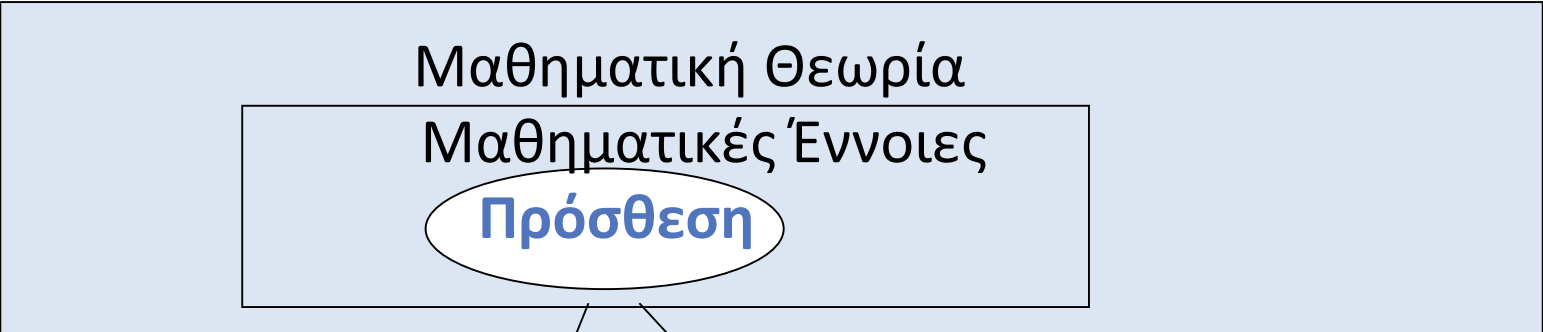
σε

καταστάσεις της πραγματικότητας

διαμεσολαβείται:

- **ένα σύνολο μη μαθηματικών εννοιών και**
- **μια σειρά γλωσσικών ή και συμβολικών διατυπώσεων.**





ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Πρόσθεση

Έχω 3 βιβλία και μου έφεραν δώρο άλλα 2

$$3 + 2 = ;$$

Εσύ έβαλες 3 βιβλία στο ράφι και εγώ έβαλα

2

$$3 + 2 = ;$$



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΝΝΟΙΑ

Έτσι κάθε μαθηματική έννοια

- **έχει ένα γενικό μαθηματικό νόημα,**
- **αλλά αντιστοιχούμενη με μια κατάσταση της πραγματικότητας αποκτά ένα ειδικότερο νόημα στο πλαίσιο της αντιστοίχισης αυτής.**



ΕΙΔΙΚΟ ΝΟΗΜΑ

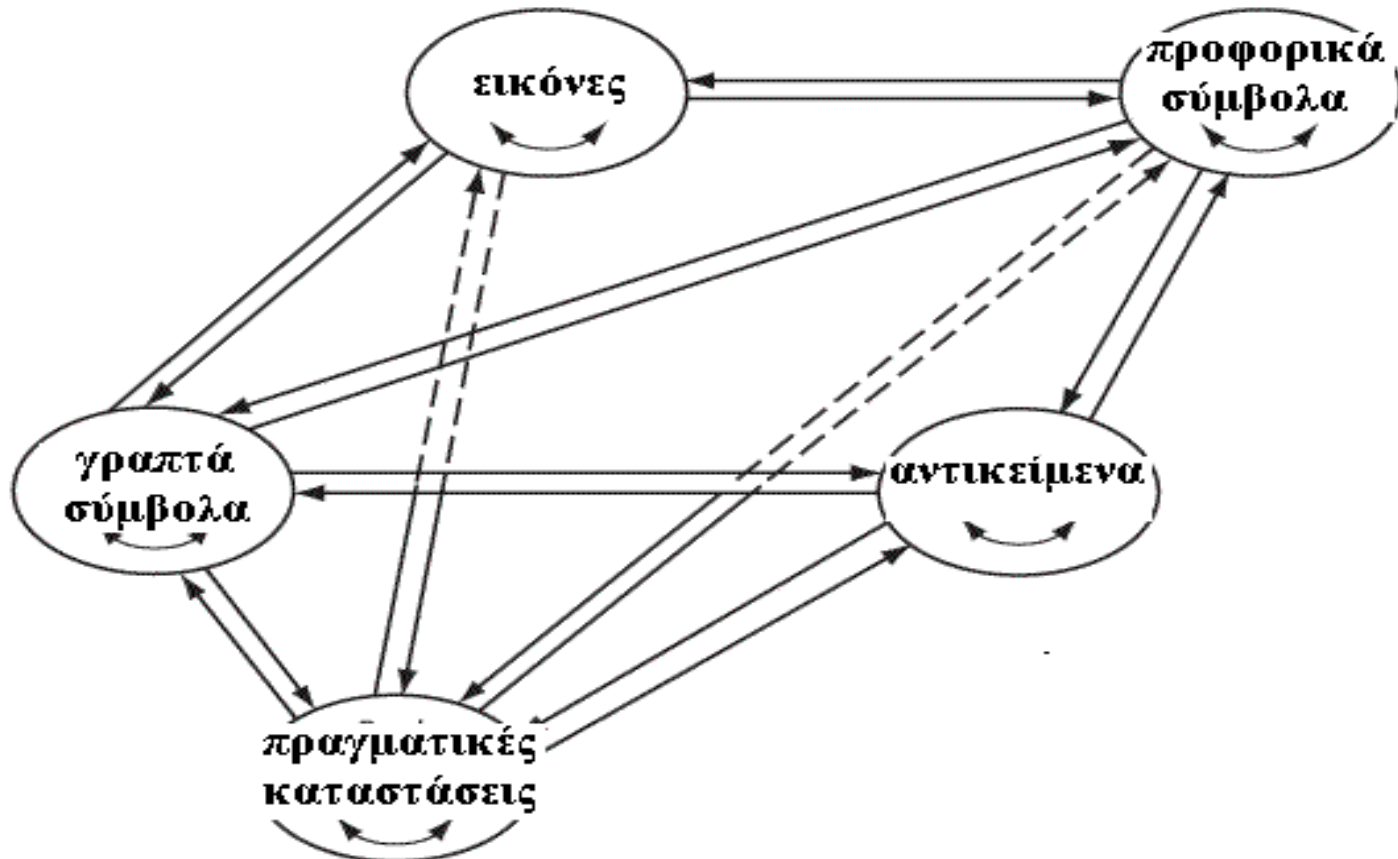
Το ειδικότερο νόημα το οποίο αποκτά μια μαθηματική έννοια αντιστοιχούμενη με μια κατάσταση της πραγματικότητας αποτελεί αφετηρία για την ιδιοποίηση των μαθηματικών εννοιών από τα παιδιά.

Με αφετηρία το ειδικότερο νόημα κάθε μαθηματικής έννοιας συγκροτείται σταδιακά και μέσα από διδακτικές δραστηριότητες **το γενικό μαθηματικό της νόημα.**



ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ (Lesh - Bruner)

Μετασχηματισμοί μεταξύ διαφόρων τύπων αναπαράστασης μιας μαθηματικής έννοιας



ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ

Βασικές αριθμητικές πράξεις, οι οποίες ορίζονται ανεξάρτητα η μια από την άλλη, είναι

η πρόσθεση και ο πολλαπλασιασμός.

Η αφαίρεση αποτελεί πράξη αντιστροφής της πρόσθεσης

και

η διαίρεση πράξη αντιστροφής του πολλαπλασιασμού.



Η ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΑΞΗ ΤΗΣ ΠΡΟΣΘΕΣΗΣ (1)

Η αριθμητική πράξη της πρόσθεσης
αντιστοιχίζεται σε καταστάσεις

- **σύνθεσης,**
- **μεταβολής και**
- **σύγκρισης μεγεθών,**
- **καθώς και των ενδεχόμενων συνδυασμών τους, των οποίων δομικό στοιχείο αποτελεί μια προσθετική σχέση**



Η ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΑΞΗ ΤΗΣ ΠΡΟΣΘΕΣΗΣ (2)

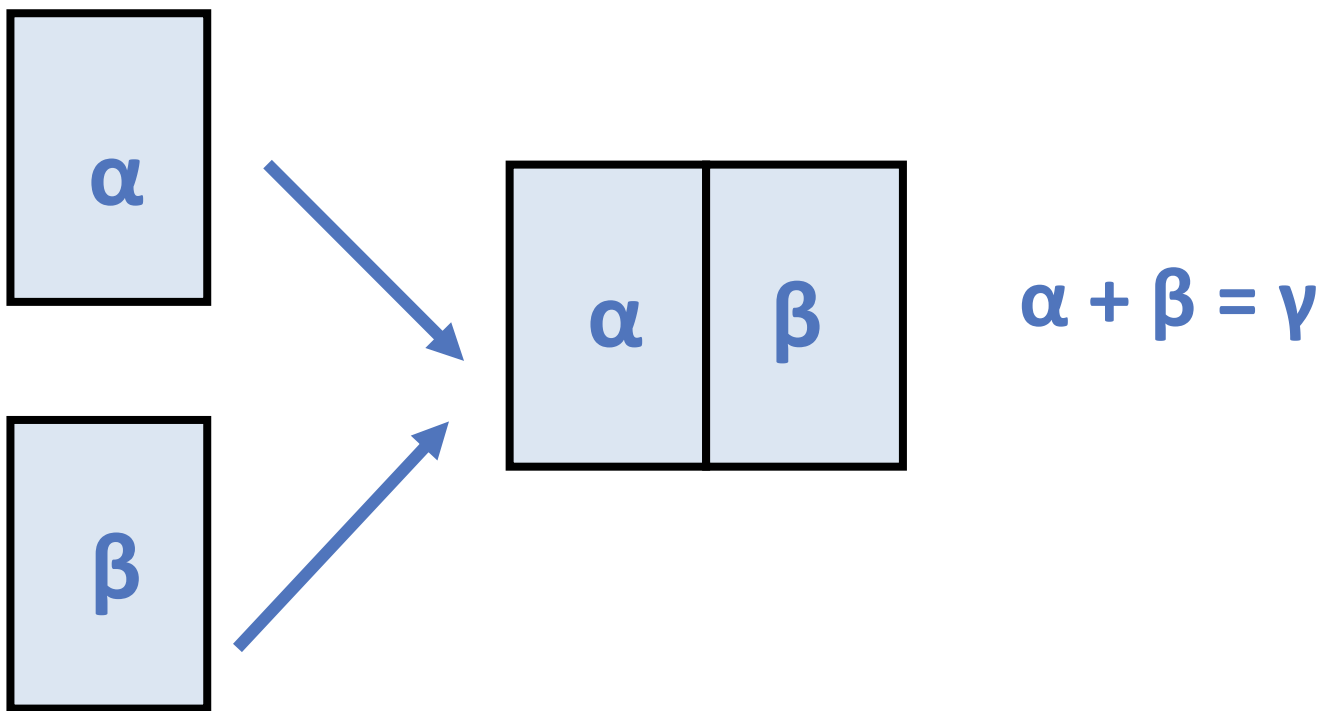
η αριθμητική πράξη της πρόσθεσης
αντιστοιχίζεται σε καταστάσεις

ένωσης ή σύνθεσης μέτρων δύο μεγεθών

Τα μέτρα δύο μεγεθών **της ίδιας ή διαφορετικής κατηγορίας συντίθενται** και ως αποτέλεσμα της σύνθεσης τους προκύπτει το μέτρο ενός άλλου μεγέθους **της ίδιας ή μιας ευρύτερης εννοιολογικά κατηγορίας μεγεθών.**



ΕΝΩΣΗ Η ΣΥΝΘΕΣΗ ΜΕΤΡΩΝ ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΩΝ



Αναμιγνύω 2 ποτήρια νερό και 1 ποτήρι χυμό.
Έχω $2+1=3$ ποτήρια αναψυκτικό



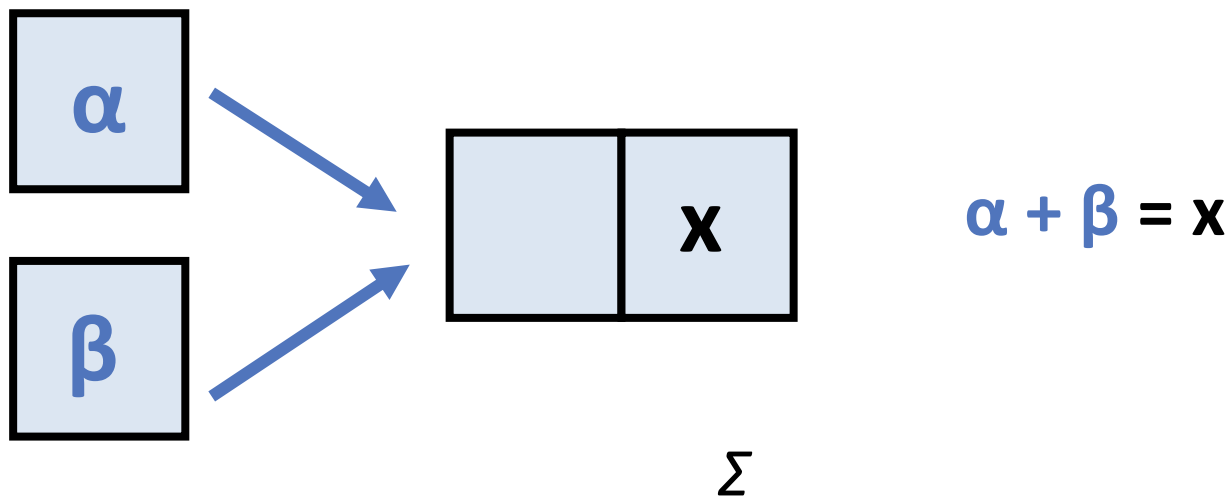
ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΕΝΩΣΗ Η ΣΥΝΘΕΣΗΣ ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΩΝ

Οι καταστάσεις ένωσης ή σύνθεσης των μέτρων
δύο μεγεθών προκύπτουν
σε δύο κυρίως πλαίσια,
**τα οποία διαφοροποιούνται από τα δεδομένα
στοιχεία**



ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΕΝΩΣΗΣ Η ΣΥΝΘΕΣΗΣ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΩΝ (1)

Είναι **δεδομένα** τα μέτρα των δύο μεγεθών που συντίθενται και **ζητούμενο** το μέτρο του μεγέθους που είναι αποτέλεσμα της σύνθεσης τους

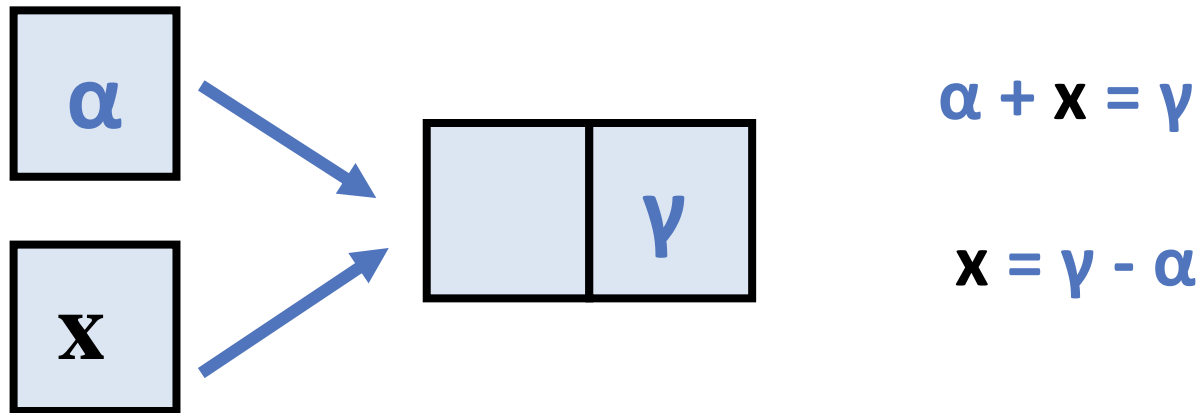


Σε ένα βάζο υπάρχουν 5 μαργαρίτες και 2 τριαντάφυλλα.
Πόσα λουλούδια υπάρχουν;

$$5+2 = \chi$$

ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΕΝΩΣΗΣ Η ΣΥΝΘΕΣΗΣ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΩΝ (2)

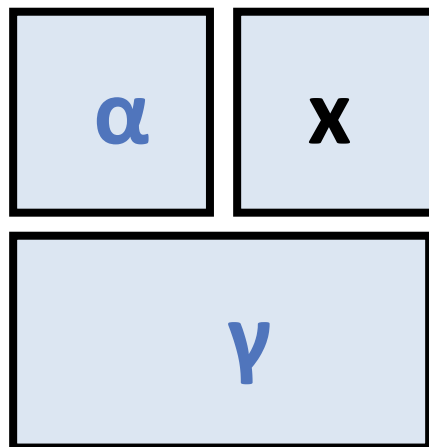
Είναι δεδομένο το μέτρο του ενός από τα δύο μεγέθη που συντίθενται και το αποτέλεσμα της σύνθεσης και ζητούμενο το μέτρο του δεύτερου μεγέθους.



Σε ένα βάζο υπάρχουν 7 λουλούδια. Τα 5 είναι μαργαρίτες και τα υπόλοιπα τριαντάφυλλα. Πόσα τριαντάφυλλα υπάρχουν;

ΠΡΑΞΗ ΑΦΑΙΡΕΣΗΣ ΣΕ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΣΥΝΘΕΣΗΣ ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΩΝ

Σε καταστάσεις σύνθεσης των μέτρων δύο μεγεθών
η πράξη της αφαίρεσης
νοείται ως **συμπλήρωμα**
του μέτρου ενός εκ των δύο συντιθέμενων μεγεθών



5 μαργαρίτες + Χ τριαντάφυλλα

7 λουλούδια



“ΟΜΟΕΙΔΗ” Ή ΚΑΙ “ΟΜΩΝΥΜΑ” ΜΕΓΕΘΗ

Για να αντιστοιχίζεται
η σύνθεση των μέτρων δύο μεγεθών
στη
μαθηματική πράξη της πρόσθεσης

θα πρέπει τα μεγέθη που συντίθενται να πληρούν
δύο προϋποθέσεις,

οι οποίες έχει επικρατήσει να συμπυκνώνονται στη
λέξη “ομοειδή” ή και “ομώνυμα” μεγέθη.



ΠΡΟΫΠΟΘΕΣΗ ΠΡΩΤΗ:

Θα πρέπει τα **μεγέθη** που συντίθενται να ανήκουν στην ίδια **κατηγορία μεγεθών**

ή

σε διαφορετικές κατηγορίες, οι οποίες όμως να υπάγονται σε μια κοινή εννοιολογικά και επομένως ευρύτερη κατηγορία μεγεθών

μαργαρίτες + μαργαρίτες = μαργαρίτες

ή

μαργαρίτες + τριαντάφυλλα = λουλούδια

ή

νερό + χυμός φρούτου = αναψυκτικό



ΠΡΟΫΠΟΘΕΣΗ ΔΕΥΤΕΡΗ

Θα πρέπει τα μέτρα των μεγεθών που συντίθενται να είναι προσδιορισμένα με μια κοινή μονάδα μέτρησης

ποτήρια νερό + ποτήρια χυμός φρούτου = ποτήρια αναψυκτικό



ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΝΟΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ (1)

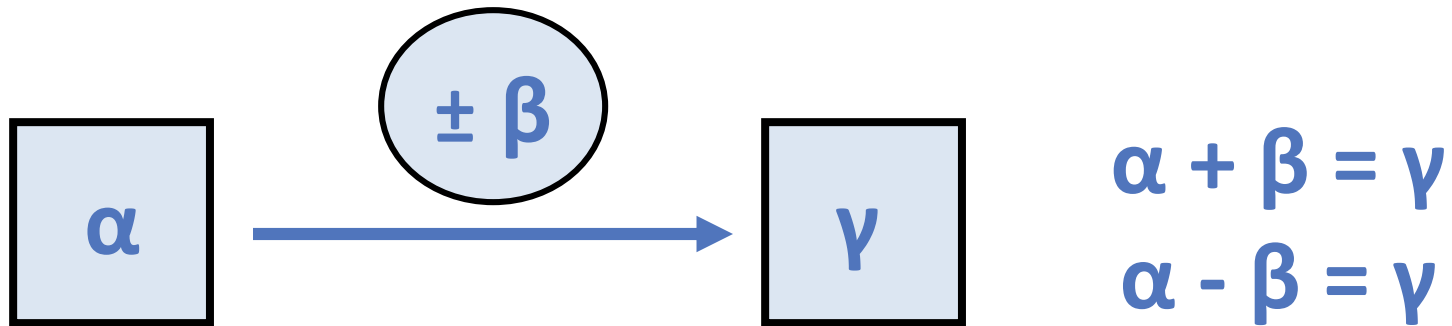
η αριθμητική πράξη της πρόσθεσης
αντιστοιχίζεται σε καταστάσεις

μεταβολής του μέτρου ενός μεγέθους

Το μέτρο ενός μεγέθους **μεταβάλλεται** (αυξάνεται ή μειώνεται) και ως αποτέλεσμα της μεταβολής του προκύπτει ένα νέο μέτρο μεγέθους **της ίδιας κατηγορίας.**



ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΝΟΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ (2)



Ένα λεωφορείο ξεκίνησε με 5 επιβάτες και στην πρώτη στάση της διαδρομής του ανέβηκαν (ή κατέβηκαν) 2 επιβάτες. Στο λεωφορείο είναι τώρα 7 (ή 3) επιβάτες.



ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ

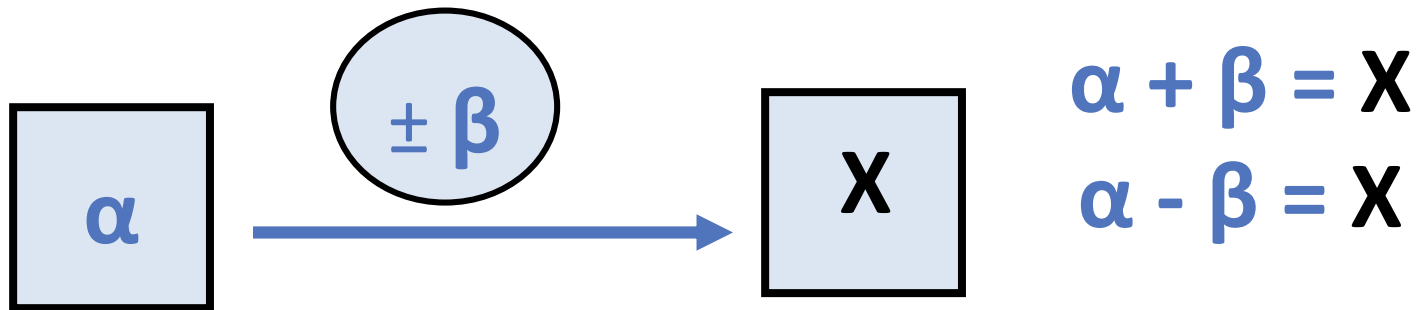
Οι καταστάσεις μεταβολής του μέτρου ενός μεγέθους προκύπτουν σε έξη βασικά πλαίσια, τα οποία διαφοροποιούνται από το είδος της μεταβολής (θετική ή αρνητική) σε συνδυασμό με τα δεδομένα στοιχεία της μεταβολής



A- ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΝΟΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ

μεταβολή του μέτρου ενός μεγέθους

(α) Είναι δεδομένο το αρχικό μέτρο ενός μεγέθους και η μεταβολή του (θετική ή αρνητική) και ζητούμενο το τελικό μέτρο του μεγέθους

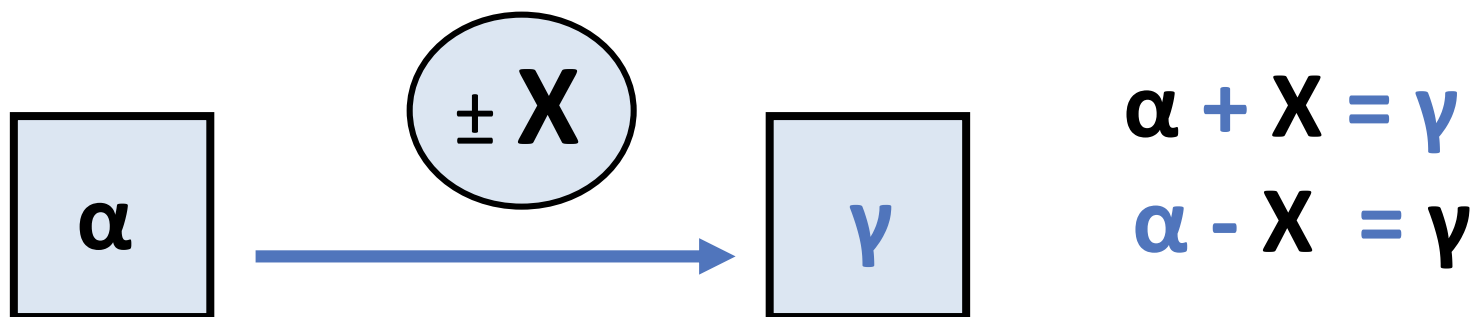


Ένα λεωφορείο ξεκίνησε με 5 επιβάτες και στην πρώτη στάση της διαδρομής του ανέβηκαν (ή κατέβηκαν) 2 επιβάτες. Πόσοι επιβάτες είναι τώρα στο λεωφορείο;

B- ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΝΟΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ

μεταβολή του μέτρου ενός μεγέθους

(β) Είναι δεδομένο το αρχικό και το τελικό μέτρο ενός μεγέθους και ζητούμενη η μεταβολή του (θετική ή αρνητική)



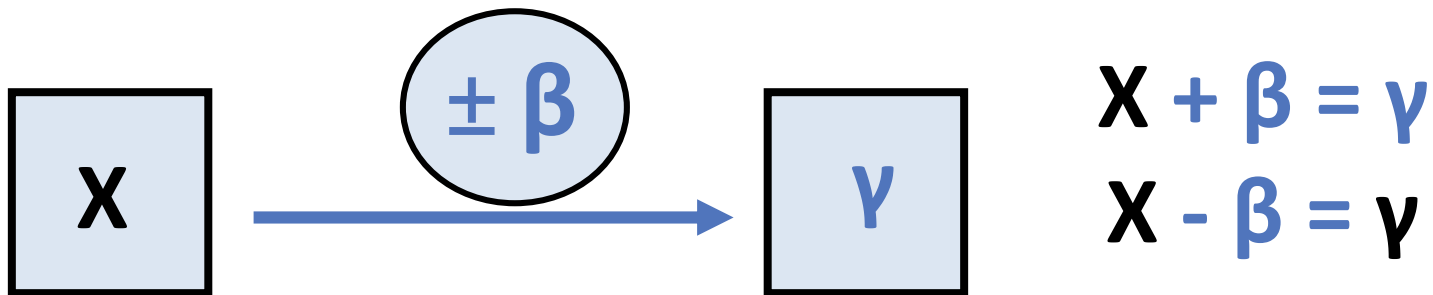
Ένα λεωφορείο ξεκίνησε με 5 επιβάτες μετά την πρώτη στάση της διαδρομής του είναι στο λεωφορείο 7 επιβάτες. Πόσοι ανέβηκαν (ή κατέβηκαν);



Γ- ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΕΝΟΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ

μεταβολή του μέτρου ενός μεγέθους

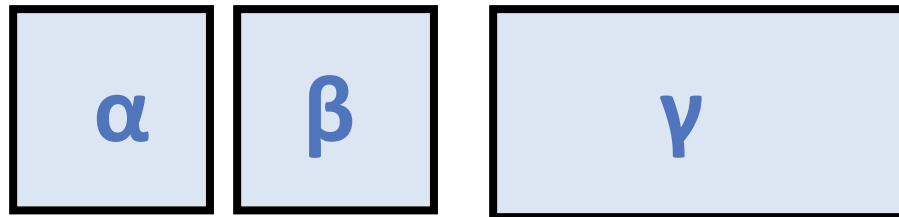
(γ) Είναι δεδομένο το τελικό μέτρο ενός μεγέθους και η μεταβολή του (θετική ή αρνητική) και ζητούμενο το αρχικό μέτρο του μεγέθους



Στην πρώτη στάση της διαδρομής ενός λεωφορείου **ανέβηκαν 2 επιβάτες** και **τώρα υπάρχουν στο λεωφορείο 7 επιβάτες**.
Πόσους επιβάτες είχε το λεωφορείο όταν ξεκίνησε από την αφετηρία του;

ΑΦΑΙΡΕΣΗ - Η ΔΙΑΦΟΡΑ ΔΥΟ ΜΕΤΡΩΝ ΚΑΤΑ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ

Σε καταστάσεις μεταβολής του μέτρου ενός μεγέθους
η πράξη της αφαίρεσης
νοείται ως **διαφορά** δύο μέτρων κατά περίπτωση
(αρχικού ή τελικού μέτρου του μεταβαλλόμενου
μεγέθους ή μέτρου της μεταβολής του).



ΠΡΟΣΘΕΣΗ – ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΩΝ

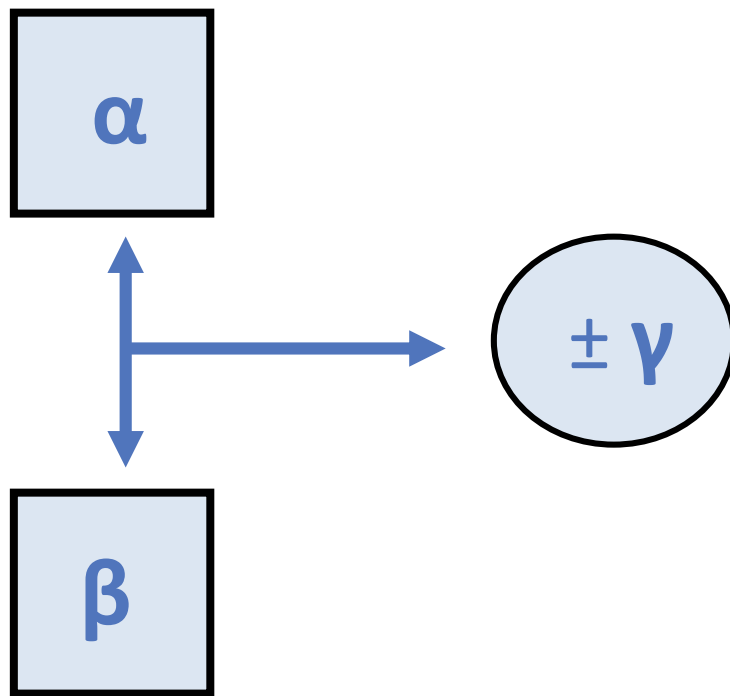
η αριθμητική πράξη της πρόσθεσης
αντιστοιχίζεται σε καταστάσεις

σύγκρισης των μέτρων δύο μεγεθών

Τα μέτρα δύο μεγεθών **συγκρίνονται** και ως αποτέλεσμα της σύγκρισης τους προκύπτει **το μέτρο της διαφοράς** τους εκφρασμένο θετικά ή αρνητικά.



ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΩΝ



$$\alpha + \gamma = \beta$$
$$\alpha - \gamma = \beta$$

Η Ελένη είναι 7 χρονών και η αδελφή της είναι 5 χρονών.
Είναι 2 χρόνια μεγαλύτερη από την αδελφή της.



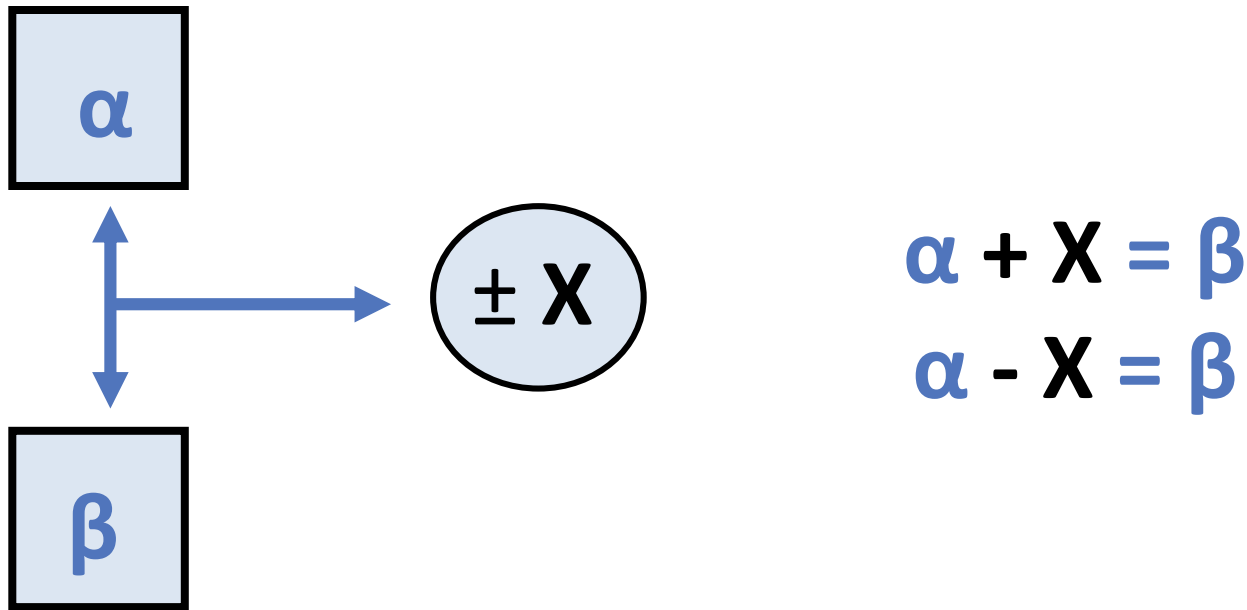
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΩΝ

Οι καταστάσεις **σύγκρισης των μέτρων δύο μεγεθών** προκύπτουν σε **δύο πλαίσια**, που διαφοροποιούνται από τη μορφή έκφρασης της διαφοράς τους (θετική ή αρνητική) σε συνδυασμό με τα δεδομένα στοιχεία της σύγκρισης:



Α - ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΩΝ

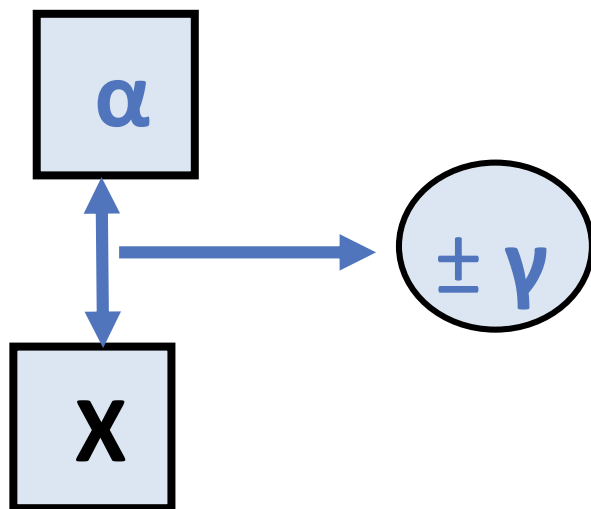
(α) Είναι δεδομένα τα μέτρα των δύο συγκρινόμενων μεγεθών και ζητούμενη η διαφορά τους (θετική ή αρνητική)



*Η Ελένη είναι 7 χρονών και η αδελφή της είναι 5 χρονών.
Είναι 2 χρόνια μεγαλύτερη (μικρότερη) από την αδελφή της.*

Β - ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΩΝ

(β) Είναι δεδομένο το μέτρο του ενός από τα δύο συγκρινόμενα μεγέθη και η (θετική ή αρνητική) διαφορά του από το μέτρο του άλλου μεγέθους που είναι και το ζητούμενο.



$$\alpha + \gamma = X$$

$$\alpha - \gamma = X$$

Η Ελένη είναι 2 χρόνια μεγαλύτερη (μικρότερη) από την αδερφή της που είναι 5 χρονών. Πόσων χρονών είναι;



ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ ΠΡΟΣΘΕΣΗΣ

η αριθμητική πράξη της πρόσθεσης
αντιστοιχίζεται σε καταστάσεις

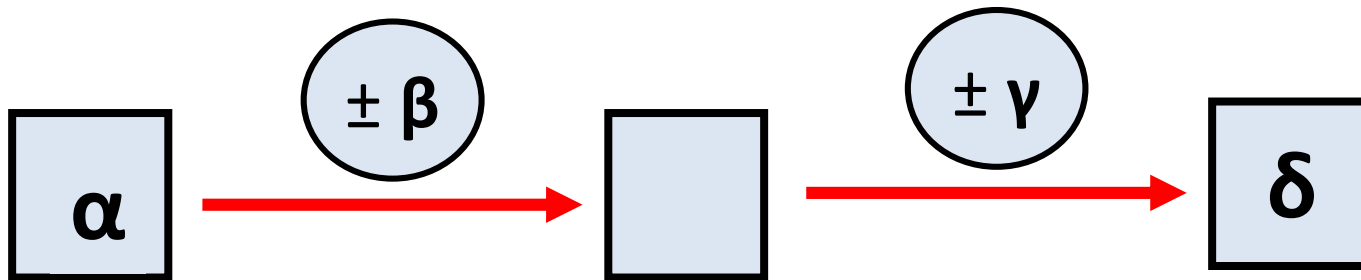
**συνδυασμών
σύνθεσης, μεταβολής και σύγκρισης μεγεθών,**



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: 1

Συνδυασμοί σύνθεσης διαδοχικών μεταβολών του μέτρου ενός μεγέθους

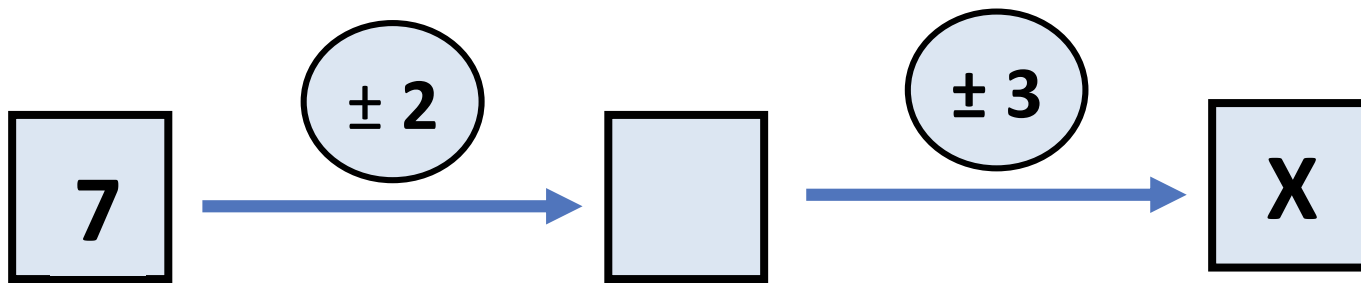
Δύο ή περισσότερες διαδοχικές μεταβολές του μέτρου ενός μεγέθους συντίθενται



$$(\alpha \pm \beta) \pm \gamma = \delta$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: 2

Ένα λεωφορείο ξεκίνησε από την αφετηρία του με 7 επιβάτες. Στην πρώτη στάση της διαδρομής του ανέβηκαν (ή κατέβηκαν) 2 επιβάτες και στη δεύτερη στάση ανέβηκαν (ή κατέβηκαν) 3 επιβάτες. Στο λεωφορείο είναι τώρα X επιβάτες.

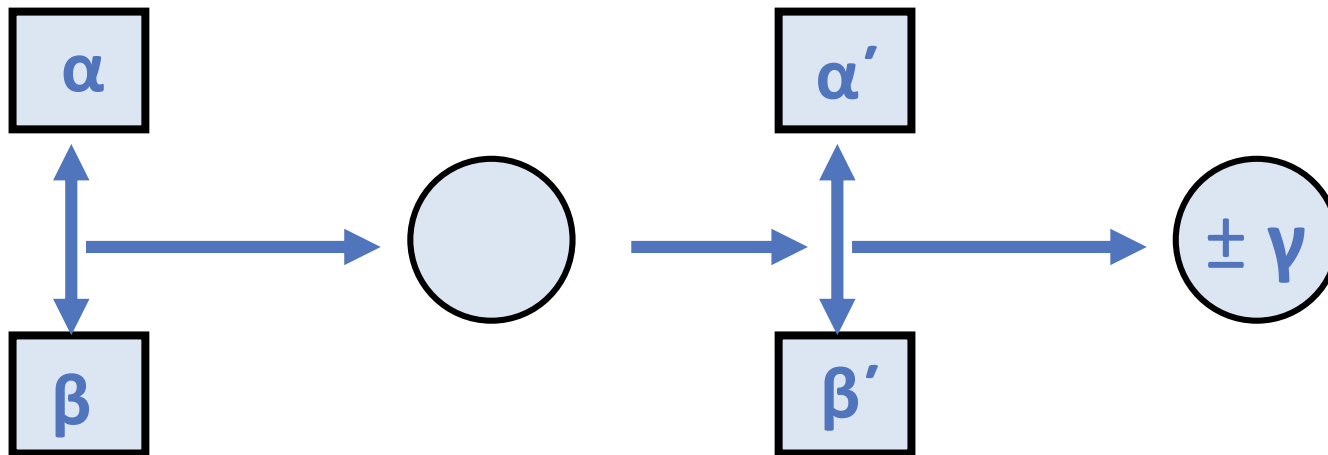


$$(7 \pm 2) \pm 3 = X$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: 3

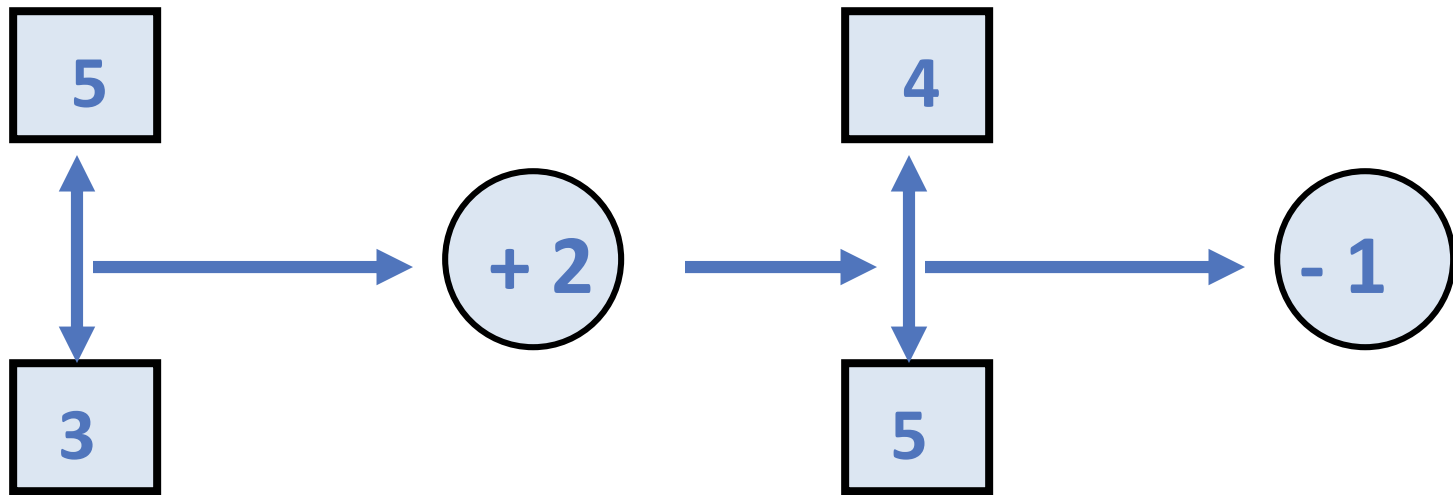
Συνδυασμοί διαδοχικών μεταβολών των δεδομένων σύγκρισης των μέτρων δύο μεγεθών.

Τα μέτρα δύο συγκρινόμενων μεγεθών μεταβάλλονται και ως αποτέλεσμα δύο ή περισσότερων διαδοχικών μεταβολών τους προκύπτει μια νέα διαφορά τους εκφρασμένη θετικά ή αρνητικά.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: 4

Στη βιβλιοθήκη μου είχα 5 βιβλία και εσύ είχες 3 βιβλία. Σήμερα χάρισα 1 βιβλίο και εσύ πήρες 2 ακόμα βιβλία. Τώρα ποιος έχει περισσότερα βιβλία;



Η τεχνική της πρόσθεσης στο
Δεκαδικό Σύστημα Αρίθμησης

ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΕΚΤΕΛΕΣΗΣ ΠΡΟΣΘΕΣΗΣ & ΑΦΑΙΡΕΣΗΣ

Οι τεχνικές διαδικασίες ή οι αλγόριθμοι εκτέλεσης της πρόσθεσης και της αφαίρεσης συνδυάζουν απλούστερες διαδικασίες:

- **Απαρίθμησης μονοψήφιων αριθμών,**
- **Εφαρμογής ιδιοτήτων του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης, και**
- **Εφαρμογής ιδιοτήτων των συγκεκριμένων αριθμητικών πράξεων.**



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

$$5 + 3 = 5 + 1 + 1 + 1 = 8 \quad (\text{Απαρίθμηση})$$

$$\begin{array}{r} 32 = 3 \times 10 + 2 \quad (\text{Δεκαδικό σύστημα}) \\ + \underline{15} = \underline{1 \times 10 + 5} \\ \quad \quad 4 \times 10 + 7 \quad (\text{Απαρίθμηση}) \\ \quad \quad \quad 47 \quad (\text{αντιμεταθετική ιδιότητα}) \end{array}$$



ΕΥΧΕΡΕΙΑ ΕΚΤΕΛΕΣΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ

Η ευχέρεια εκτέλεσης των αριθμητικών πράξεων, προϋποθέτει και καθορίζεται από

- **την ευχέρεια απαρίθμησης φυσικών αριθμών και παράστασης τους στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης,**
- **την ευχέρεια χειρισμού των ιδιοτήτων του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης και από**
- **την ευχέρεια χειρισμού των ιδιοτήτων των αριθμητικών πράξεων.**



ΔΥΣΧΕΡΕΙΑ ΕΚΤΕΛΕΣΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ

Οι όποιες δυσχέρειες των παιδιών επομένως στο χειρισμό των αριθμητικών πράξεων προέρχονται κατά κανόνα και ανάγονται σε

- **δυσχέρειες απαρίθμησης** ή και σε
- **ελλιπή κατανόηση** ή και σε **δυσχέρειες εφαρμογής** των ιδιοτήτων του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης ή και
- των ιδιοτήτων των βασικών αριθμητικών πράξεων.

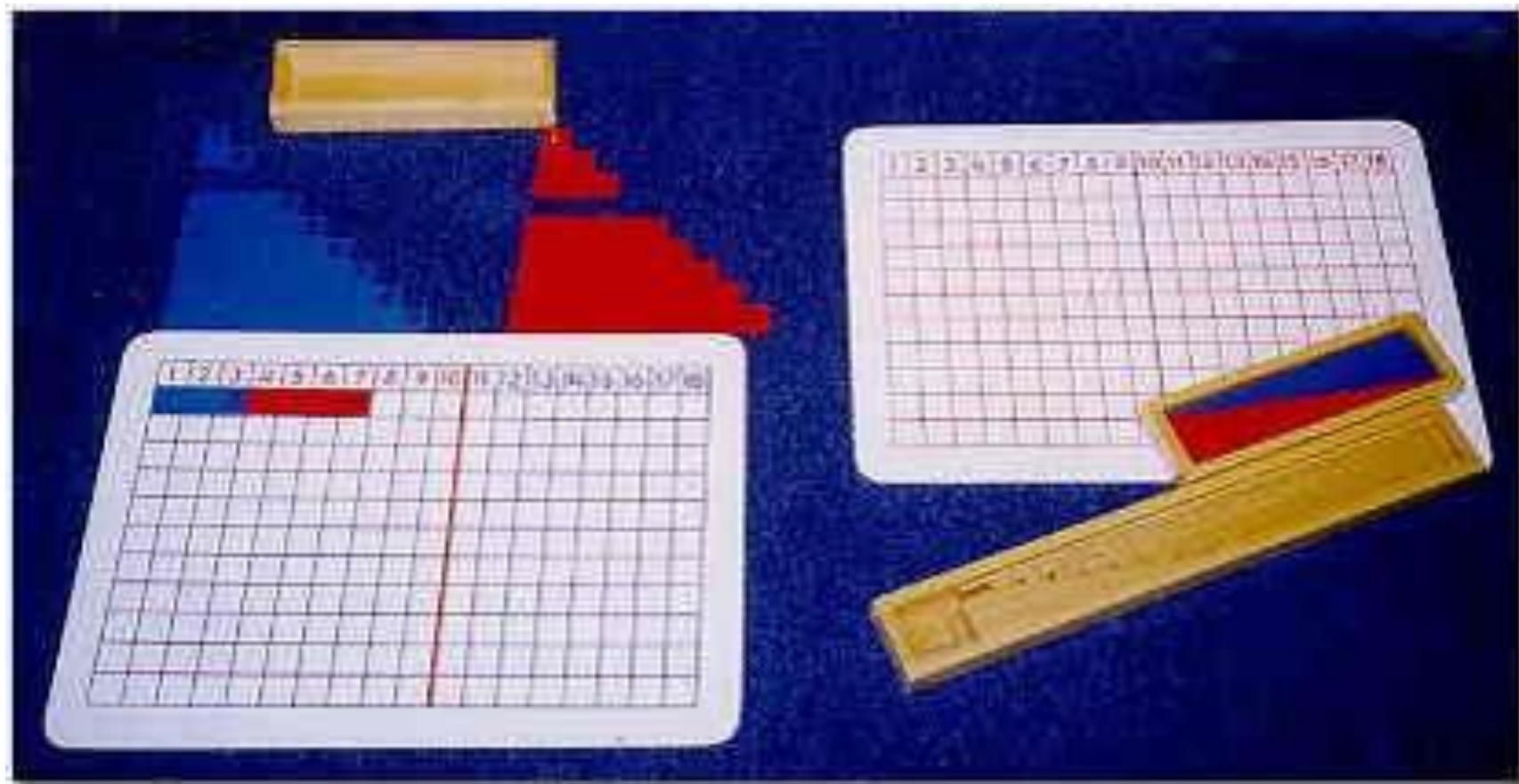


ΥΛΙΚΑ ΚΑΙ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΕΣΗ

ΟΙ ΠΙΝΑΚΙΔΕΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ ΤΗΣ MONTESSORI (1)

Η ΠΙΝΑΚΙΔΑ ΤΗΣ ΠΡΟΣΘΕΣΗΣ & ΤΗΣ ΑΦΑΙΡΕΣΗΣ

εικ. 1



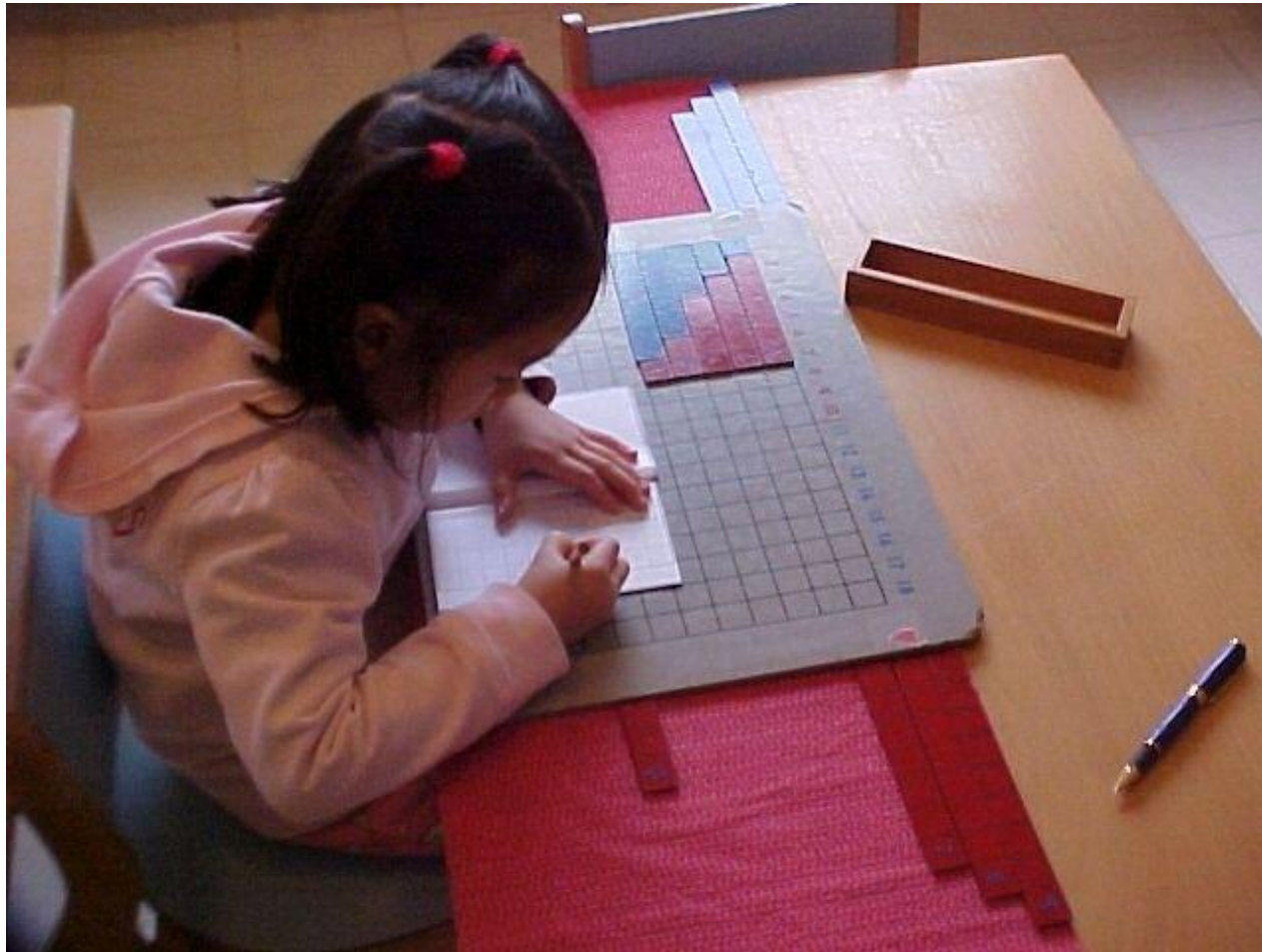
ΟΙ ΠΙΝΑΚΙΔΕΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ ΤΗΣ MONTESSORI (2)



εικ. 2



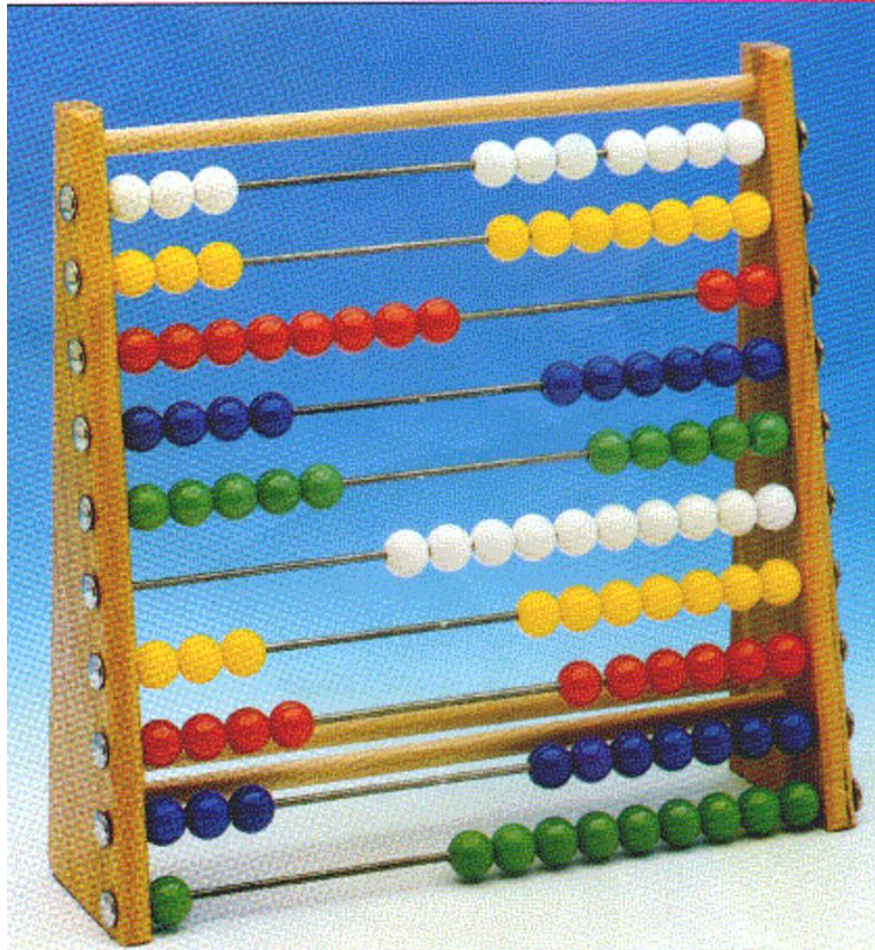
ΟΙ ΠΙΝΑΚΙΔΕΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ ΤΗΣ MONTESSORI (3)



εικ. 3



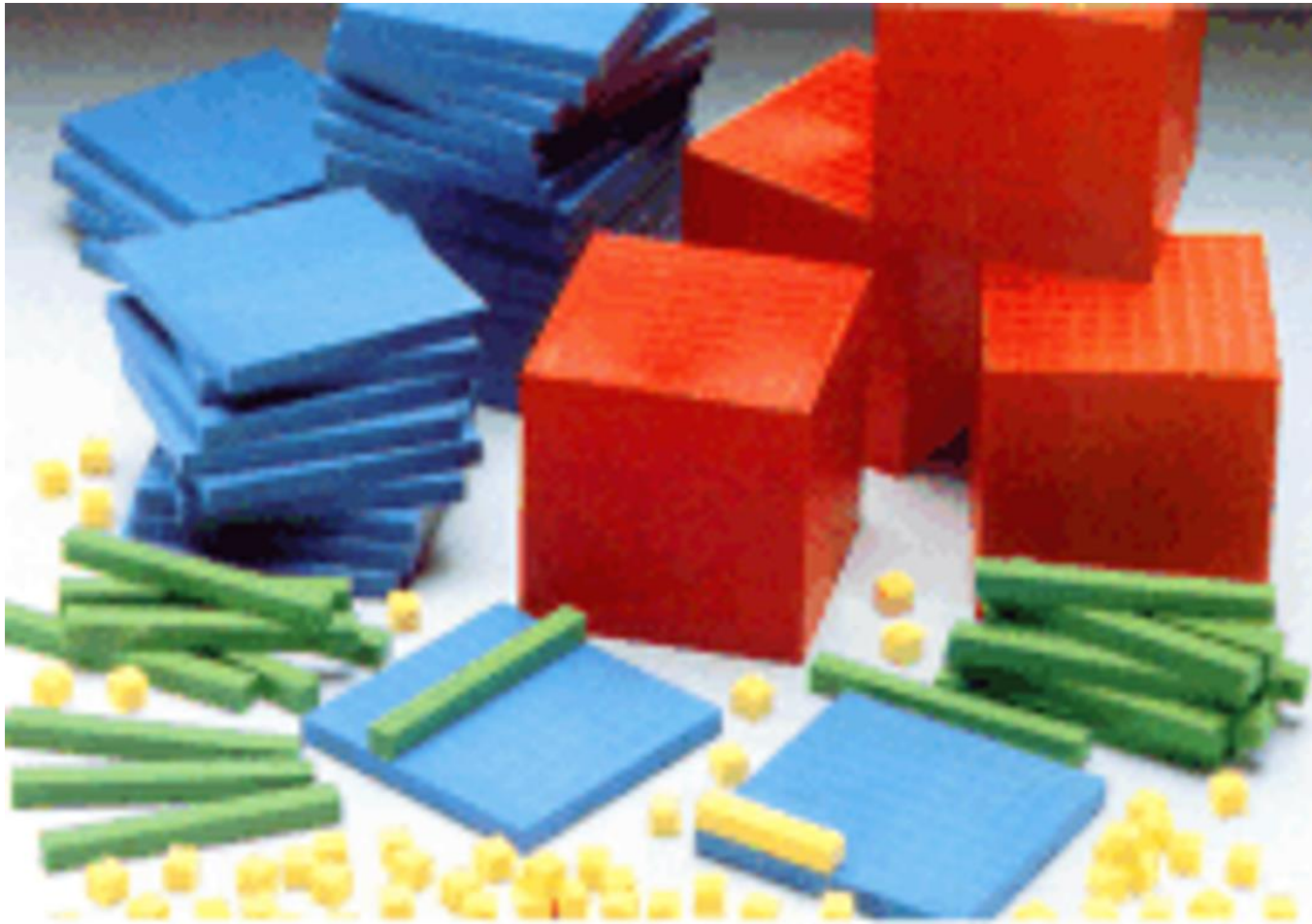
ΟΙ ΠΙΝΑΚΙΔΕΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ ΤΗΣ MONTESSORI (4)



ΕΙΚ. 4



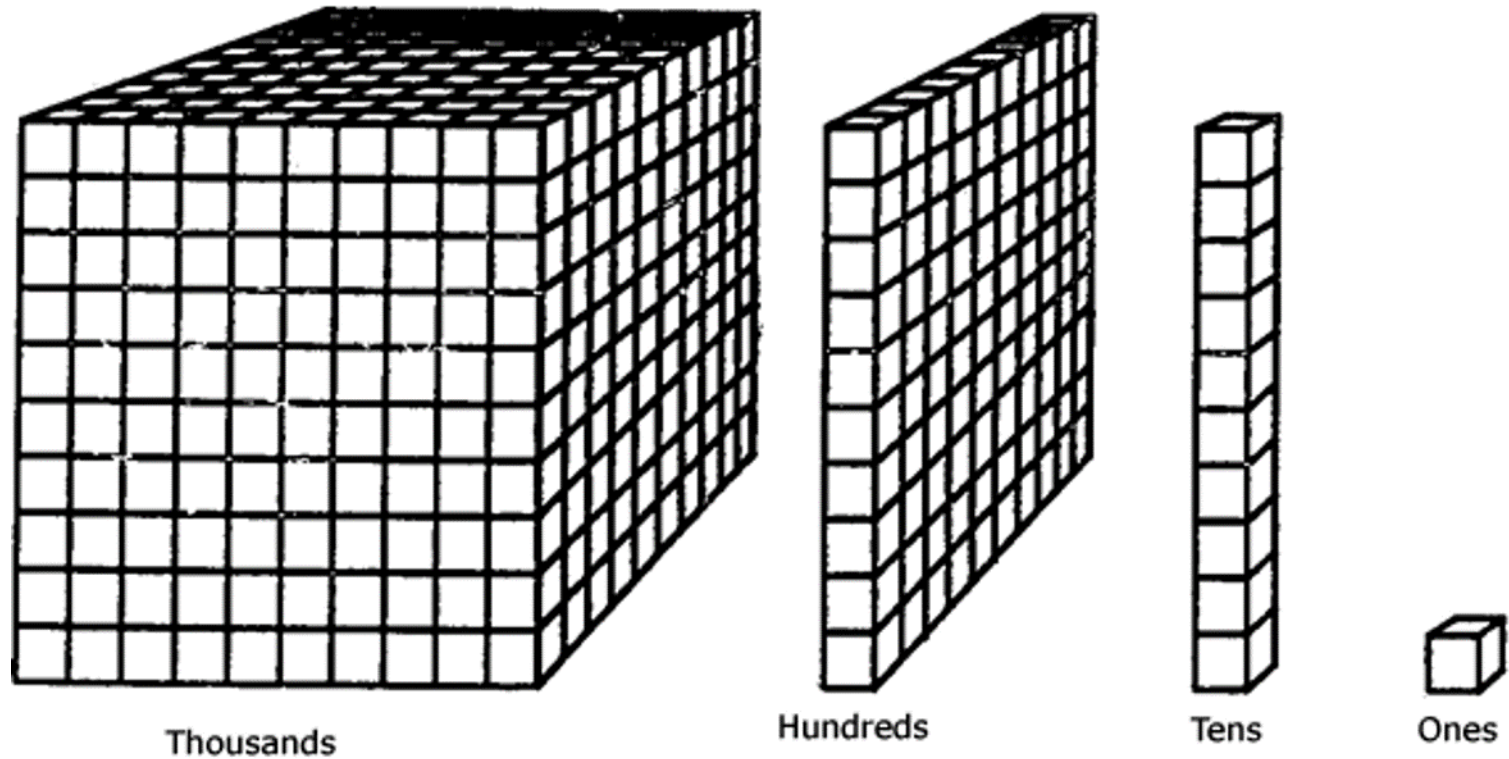
ΣΤΕΡΕΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΤΟΥ ΔΙΕΝΕΣ (MULTIBASE ARITHMETIC BLOCKS) (1)



εικ. 5



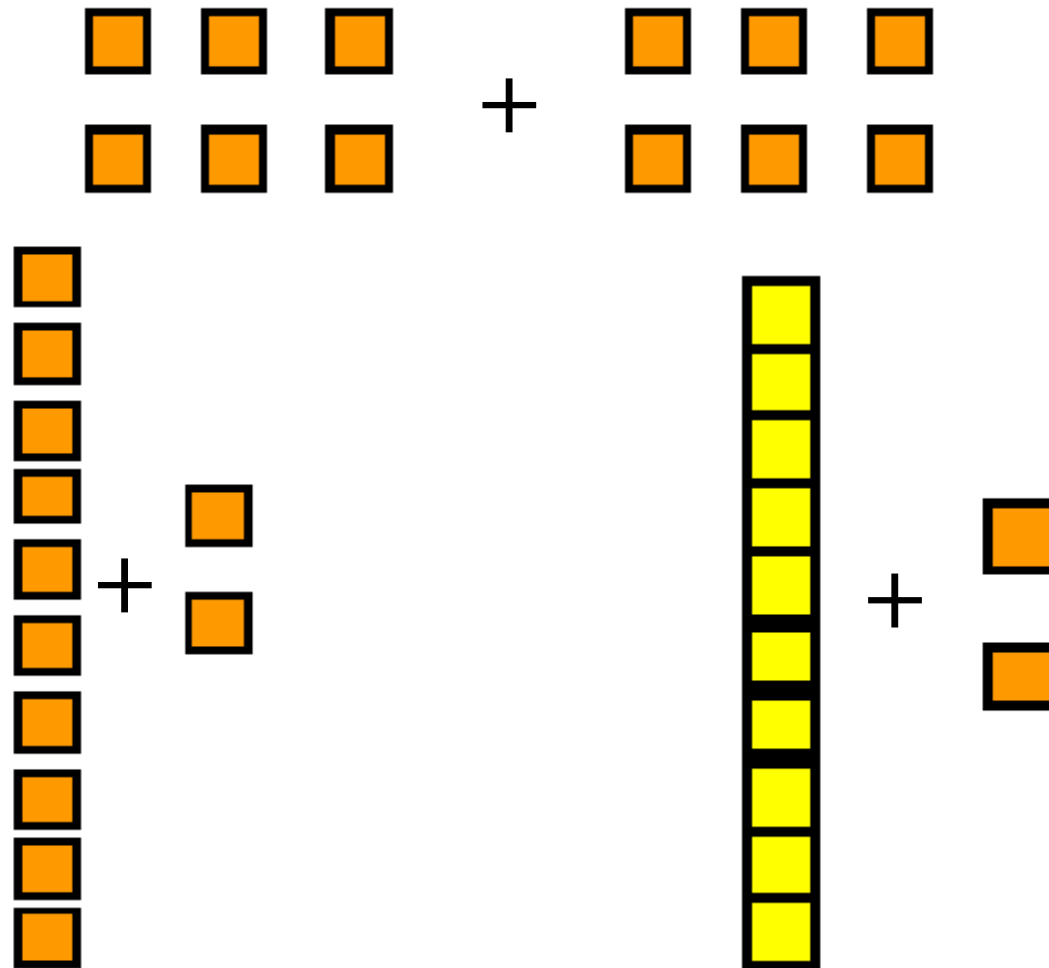
ΣΤΕΡΕΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΤΟΥ ΔΙΕΝΕΣ (MULTIBASE ARITHMETIC BLOCKS) (2)



εικ. 6



ΣΤΕΡΕΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΤΟΥ ΔΙΕΝΕΣ (MULTIBASE ARITHMETIC BLOCKS) (3)



ΠΑΙΧΝΙΔΙΑ ΔΙΑΔΡΟΜΩΝ



ΕΙΚ. 7



Τέλος

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Δημήτρης Χασάπης. Δημήτρης Χασάπης. «Λογικο-μαθηματικές σχέσεις και αριθμητικές έννοιες στην προσχολική εκπαίδευση». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://opencourses.uoa.gr/courses/ECD101>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

- *Εικόνα 1:* [Πηγή](#)
- *Εικόνα 2:* [Πηγή](#)
- *Εικόνα 4:* [Πηγή](#)
- *Εικόνα 6:* [Πηγή](#)

Οι εικόνες 1 έως 7 είναι copyrighted, στάθηκε αδύνατος ο εντοπισμός των δικαιούχων των πνευματικών δικαιωμάτων.

