# Πιθανότητες και Στατιστική

## Ενότητα 3:
## Διακριτές τυχαίες μεταβλητές


Αντώνιος Οικονόμου

Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών


Αθήνα 2015


ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

# Συνάρτηση τυχαίας μεταβλητής

# Συνάρτηση τυχαίας μεταβλητής

- $X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.

# Συνάρτηση τυχαίας μεταβλητής

- $X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ : Πραγματική συνάρτηση.

# Συνάρτηση τυχαίας μεταβλητής

- $X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ : Πραγματική συνάρτηση.
- $g \circ X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό του πειράματος τύχης, που προσδιορίζεται από το χαρακτηριστικό $X$.

# Συνάρτηση τυχαίας μεταβλητής

- $X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ : Πραγματική συνάρτηση.
- $g \circ X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό του πειράματος τύχης, που προσδιορίζεται από το χαρακτηριστικό $X$.
  $=$ Νέα τυχαία μεταβλητή.

# Συνάρτηση τυχαίας μεταβλητής

- $X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ : Πραγματική συνάρτηση.
- $g \circ X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό του πειράματος τύχης, που προσδιορίζεται από το χαρακτηριστικό $X$. $=$ Νέα τυχαία μεταβλητή.
- Συμβολισμός: $g(X)$, αντί $g \circ X$.

# Συνάρτηση τυχαίας μεταβλητής

- $X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ : Πραγματική συνάρτηση.
- $g \circ X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό του πειράματος τύχης, που προσδιορίζεται από το χαρακτηριστικό $X$. = Νέα τυχαία μεταβλητή.
- Συμβολισμός: $g(X)$, αντί $g \circ X$.
- Πρόβλημα: $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$. Τότε $Y = g(X)$ διακριτή τ.μ. Ποιά η σμπ. $p_Y(y)$;

# Συνάρτηση τυχαίας μεταβλητής

- $X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ : Πραγματική συνάρτηση.
- $g \circ X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό του πειράματος τύχης, που προσδιορίζεται από το χαρακτηριστικό $X$.
  $=$ Νέα τυχαία μεταβλητή.
- Συμβολισμός: $g(X)$, αντί $g \circ X$.
- Πρόβλημα: $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$. Τότε $Y = g(X)$ διακριτή τ.μ. Ποιά η σμπ. $p_Y(y)$; ;

# Συνάρτηση τυχαίας μεταβλητής

- $X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ : Πραγματική συνάρτηση.
- $g \circ X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό του πειράματος τύχης, που προσδιορίζεται από το χαρακτηριστικό $X$. = Νέα τυχαία μεταβλητή.
- Συμβολισμός: $g(X)$, αντί $g \circ X$.
- Πρόβλημα: $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$. Τότε $Y = g(X)$ διακριτή τ.μ. Ποιά η σμπ. $p_Y(y)$; ; ;

# Συνάρτηση τυχαίας μεταβλητής

- $X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ : Πραγματική συνάρτηση.
- $g \circ X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό του πειράματος τύχης, που προσδιορίζεται από το χαρακτηριστικό $X$.
  $=$ Νέα τυχαία μεταβλητή.
- Συμβολισμός: $g(X)$, αντί $g \circ X$.
- Πρόβλημα: $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$. Τότε $Y = g(X)$ διακριτή τ.μ. Ποιά η σμπ. $p_Y(y)$; ; ;
- Λύση:

# Συνάρτηση τυχαίας μεταβλητής

- $X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ : Πραγματική συνάρτηση.
- $g \circ X : \Omega \to \mathbb{R}$ τ.μ. : Χαρακτηριστικό του πειράματος τύχης, που προσδιορίζεται από το χαρακτηριστικό $X$. $=$ Νέα τυχαία μεταβλητή.
- Συμβολισμός: $g(X)$, αντί $g \circ X$.
- Πρόβλημα: $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$. Τότε $Y = g(X)$ διακριτή τ.μ. Ποιά η σμπ. $p_Y(y)$; ; ;
- Λύση:

$$p_Y(y) = \sum_{x:g(x)=y} p_X(x).$$

# Παράδειγμα

# Παράδειγμα

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4]}, \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

# Παράδειγμα

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4]}, \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Y = |X|$.

# Παράδειγμα

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4]}, \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Y = |X|$.
- $p_Y(y) =;$

# Παράδειγμα

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4]}, \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Y = |X|$.
- $p_Y(y) =$; ;

# Παράδειγμα

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4],} \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Y = |X|$.
- $p_Y(y) =$; ; ;

# Παράδειγμα

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4]}, \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Y = |X|$.
- $p_Y(y) =; \ ; \ ;$

# Εισαγωγικό παράδειγμα - Μέση τιμή

## Εισαγωγικό παράδειγμα - Μέση τιμή

- Επαναλαμβανόμενο πείρ. τύχης με αριθμητ. αποτελ. $X$.

## Εισαγωγικό παράδειγμα - Μέση τιμή

- Επαναλαμβανόμενο πείρ. τύχης με αριθμητ. αποτελ. $X$.
- $n$ δυνατά αποτελέσματα (τιμές της $X$): $m_1, m_2, \ldots, m_n$.

## Εισαγωγικό παράδειγμα - Μέση τιμή

- Επαναλαμβανόμενο πείρ. τύχης με αριθμητ. αποτελ. $X$.
- $n$ δυνατά αποτελέσματα (τιμές της $X$): $m_1, m_2, \ldots, m_n$.
- Επαναλαμβάνουμε το πείραμα $k$ φορές (πολλές).

# Εισαγωγικό παράδειγμα - Μέση τιμή

- Επαναλαμβανόμενο πείρ. τύχης με αριθμητ. αποτελ. $X$.
- $n$ δυνατά αποτελέσματα (τιμές της $X$): $m_1, m_2, \ldots, m_n$.
- Επαναλαμβάνουμε το πείραμα $k$ φορές (πολλές).
- Ποιός είναι ο μέσος όρος των αποτελεσμάτων;

## Εισαγωγικό παράδειγμα - Μέση τιμή

- Επαναλαμβανόμενο πείρ. τύχης με αριθμητ. αποτελ. $X$.
- $n$ δυνατά αποτελέσματα (τιμές της $X$): $m_1, m_2, \ldots, m_n$.
- Επαναλαμβάνουμε το πείραμα $k$ φορές (πολλές).
- Ποιός είναι ο μέσος όρος των αποτελεσμάτων;
- Είναι:

$$\text{Μ.Ο. αποτελεσμάτων} = \frac{\text{Άθροισμα αποτελεσμάτων}}{\text{Πλήθος επαναλήψεων}}.$$

# Εισαγωγικό παράδειγμα - Μέση τιμή

- Επαναλαμβανόμενο πείρ. τύχης με αριθμητ. αποτελ. $X$.
- $n$ δυνατά αποτελέσματα (τιμές της $X$): $m_1, m_2, \ldots, m_n$.
- Επαναλαμβάνουμε το πείραμα $k$ φορές (πολλές).
- Ποιός είναι ο μέσος όρος των αποτελεσμάτων;
- Είναι:

$$\text{Μ.Ο. αποτελεσμάτων} = \frac{\text{Άθροισμα αποτελεσμάτων}}{\text{Πλήθος επαναλήψεων}}.$$

- $k_i$= Πλήθος εμφανίσεων του αποτελέσματος $m_i$.

# Εισαγωγικό παράδειγμα - Μέση τιμή

- Επαναλαμβανόμενο πείρ. τύχης με αριθμητ. αποτελ. $X$.
- $n$ δυνατά αποτελέσματα (τιμές της $X$): $m_1, m_2, \ldots, m_n$.
- Επαναλαμβάνουμε το πείραμα $k$ φορές (πολλές).
- Ποιός είναι ο μέσος όρος των αποτελεσμάτων;
- Είναι:

$$\text{Μ.Ο. αποτελεσμάτων} = \frac{\text{Άθροισμα αποτελεσμάτων}}{\text{Πλήθος επαναλήψεων}}.$$

- $k_i$= Πλήθος εμφανίσεων του αποτελέσματος $m_i$.

$$\text{Μ.Ο. αποτελεσμάτων} = \frac{m_1 k_1 + m_2 k_2 + \cdots + m_n k_n}{k}.$$

# Εισαγωγικό παράδειγμα - Μέση τιμή

- Επαναλαμβανόμενο πείρ. τύχης με αριθμητ. αποτελ. $X$.
- $n$ δυνατά αποτελέσματα (τιμές της $X$): $m_1, m_2, \ldots, m_n$.
- Επαναλαμβάνουμε το πείραμα $k$ φορές (πολλές).
- Ποιός είναι ο μέσος όρος των αποτελεσμάτων;
- Είναι:

$$\text{Μ.Ο. αποτελεσμάτων} = \frac{\text{Άθροισμα αποτελεσμάτων}}{\text{Πλήθος επαναλήψεων}}.$$

- $k_i$= Πλήθος εμφανίσεων του αποτελέσματος $m_i$.

$$\text{Μ.Ο. αποτελεσμάτων} = \frac{m_1k_1 + m_2k_2 + \cdots + m_nk_n}{k}.$$

$$\text{Μ.Ο. αποτελεσμάτων} \simeq m_1 p_X(m_1) + \cdots m_n p_X(m_n).$$

# Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

## Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$.

## Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$.
- $E(X) = \sum_x x p_X(x)$.

# Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$.
- $E(X) = \sum_x x p_X(x)$.
- Γύρω από ποιά τιμή εμφανίζονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης;

# Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$.
- $E(X) = \sum_x x p_X(x)$.
- Γύρω από ποιά τιμή εμφανίζονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης;
- Π.χ. $X$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.

# Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$.
- $E(X) = \sum_x x p_X(x)$.
- Γύρω από ποιά τιμή εμφανίζονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης;
- Π.χ. $X =$ ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.

# Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$.
- $E(X) = \sum_x x p_X(x)$.
- Γύρω από ποιά τιμή εμφανίζονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης;
- Π.χ. $X$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας A.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.
- $E(X)$=;

# Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$.
- $E(X) = \sum_x x p_X(x)$.
- Γύρω από ποιά τιμή εμφανίζονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης;
- Π.χ. $X$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.
- $E(X)$=; ;

# Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$.
- $E(X) = \sum_x x p_X(x)$.
- Γύρω από ποιά τιμή εμφανίζονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης;
- Π.χ. $X =$ ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.
- $E(X)$=; ; ;

## Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$.
- $E(X) = \sum_x x p_X(x)$.
- Γύρω από ποιά τιμή εμφανίζονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης;
- Π.χ. $X$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.
- $E(X)$=; ; ; =800.

# Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$.
- $E(X) = \sum_x x p_X(x)$.
- Γύρω από ποιά τιμή εμφανίζονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης;
- Π.χ. $X$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.
- $E(X)$=; ; ; =800.
- Π.χ. $Y$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Β.

# Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$.
- $E(X) = \sum_x x p_X(x)$.
- Γύρω από ποιά τιμή εμφανίζονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης;
- Π.χ. $X =$ ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.
- $E(X)$=; ; ; =800.
- Π.χ. $Y =$ ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Β.
- $p_Y(1) = 2999/3000$, $p_Y(2397001) = 1/3000$.

# Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$.
- $E(X) = \sum_x x p_X(x)$.
- Γύρω από ποιά τιμή εμφανίζονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης;
- Π.χ. $X$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.
- $E(X)$=; ; ; =800.
- Π.χ. $Y$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Β.
- $p_Y(1) = 2999/3000$, $p_Y(2397001) = 1/3000$.
- $E(Y)$=;

# Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$.
- $E(X) = \sum_x x p_X(x)$.
- Γύρω από ποιά τιμή εμφανίζονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης;
- Π.χ. $X$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.
- $E(X)$=; ; ; =800.
- Π.χ. $Y$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Β.
- $p_Y(1) = 2999/3000$, $p_Y(2397001) = 1/3000$.
- $E(Y)$=; ;

# Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$.
- $E(X) = \sum_x x p_X(x)$.
- Γύρω από ποιά τιμή εμφανίζονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης;
- Π.χ. $X$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.
- $E(X)$=; ; ; =800.
- Π.χ. $Y$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Β.
- $p_Y(1) = 2999/3000$, $p_Y(2397001) = 1/3000$.
- $E(Y)$=; ; ;

# Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$.
- $E(X) = \sum_x x p_X(x)$.
- Γύρω από ποιά τιμή εμφανίζονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης;
- Π.χ. $X$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.
- $E(X)$=; ; ; =800.
- Π.χ. $Y$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Β.
- $p_Y(1) = 2999/3000$, $p_Y(2397001) = 1/3000$.
- $E(Y)$=; ; ; =800.

# Ορισμός μέσης τιμής - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$.
- $E(X) = \sum_x x p_X(x)$.
- Γύρω από ποιά τιμή εμφανίζονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης;
- Π.χ. $X$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.
- $E(X)$=; ; ; =800.
- Π.χ. $Y$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Β.
- $p_Y(1) = 2999/3000$, $p_Y(2397001) = 1/3000$.
- $E(Y)$=; ; ; =800.
- Ίδιο μέσο εισόδημα στις δύο χώρες.

# Ορισμός διασποράς - Παράδειγμα

# Ορισμός διασποράς - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$ και μέση τιμή $E(X)$.

## Ορισμός διασποράς - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$ και μέση τιμή $E(X)$.
- $Var(X) = E((X - E(X))^2)$

# Ορισμός διασποράς - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$ και μέση τιμή $E(X)$.
- $Var(X) = E((X - E(X))^2) = \sum_x (x - E(X)) p_X(x)$.

# Ορισμός διασποράς - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$ και μέση τιμή $E(X)$.
- $Var(X) = E((X - E(X))^2) = \sum_x (x - E(X))p_X(x)$.
- Πόσο απλώνονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης γύρω από τη μέση τιμή;

# Ορισμός διασποράς - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$ και μέση τιμή $E(X)$.
- $Var(X) = E((X - E(X))^2) = \sum_x (x - E(X)) p_X(x)$.
- Πόσο απλώνονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης γύρω από τη μέση τιμή;
- Π.χ. $X =$ ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.

# Ορισμός διασποράς - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$ και μέση τιμή $E(X)$.
- $Var(X) = E((X - E(X))^2) = \sum_x (x - E(X))p_X(x)$.
- Πόσο απλώνονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης γύρω από τη μέση τιμή;
- Π.χ. $X$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.

# Ορισμός διασποράς - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$ και μέση τιμή $E(X)$.
- $Var(X) = E((X - E(X))^2) = \sum_x (x - E(X))p_X(x)$.
- Πόσο απλώνονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης γύρω από τη μέση τιμή;
- Π.χ. $X =$ ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.
- $E(X) = 800$, $Var(X) = 26666.666$

# Ορισμός διασποράς - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$ και μέση τιμή $E(X)$.
- $Var(X) = E((X - E(X))^2) = \sum_x (x - E(X))p_X(x)$.
- Πόσο απλώνονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης γύρω από τη μέση τιμή;
- Π.χ. $X$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.
- $E(X) = 800$, $Var(X) = 26666.666$
- Π.χ. $Y$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Β.

# Ορισμός διασποράς - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$ και μέση τιμή $E(X)$.
- $Var(X) = E((X - E(X))^2) = \sum_x (x - E(X))p_X(x)$.
- Πόσο απλώνονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης γύρω από τη μέση τιμή;
- Π.χ. $X$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.
- $E(X) = 800$, $Var(X) = 26666.666$
- Π.χ. $Y$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Β.
- $p_Y(1) = 2999/3000$, $p_Y(2397001) = 1/3000$.

# Ορισμός διασποράς - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$ και μέση τιμή $E(X)$.
- $Var(X) = E((X - E(X))^2) = \sum_x (x - E(X))p_X(x)$.
- Πόσο απλώνονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης γύρω από τη μέση τιμή;
- Π.χ. $X =$ ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.
- $E(X) = 800$, $Var(X) = 26666.666$
- Π.χ. $Y =$ ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Β.
- $p_Y(1) = 2999/3000$, $p_Y(2397001) = 1/3000$.
- $E(Y) = 800$, $Var(Y) = 1915523199.4$

# Ορισμός διασποράς - Παράδειγμα

- $X$ διακριτή τ.μ. με σμπ. $p_X(x)$ και μέση τιμή $E(X)$.
- $Var(X) = E((X - E(X))^2) = \sum_x (x - E(X)) p_X(x)$.
- Πόσο απλώνονται τα αποτελέσματα του πειράματος τύχης γύρω από τη μέση τιμή;
- Π.χ. $X$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Α.
- $p_X(600) = 1/3$, $p_X(800) = 1/3$, $p_X(1000) = 1/3$.
- $E(X) = 800$, $Var(X) = 26666.666$
- Π.χ. $Y$ = ατομικό εισόδημα στον πληθυσμό χώρας Β.
- $p_Y(1) = 2999/3000$, $p_Y(2397001) = 1/3000$.
- $E(Y) = 800$, $Var(Y) = 1915523199.4$
- Μεγάλη ανισοκατανομή εισοδήματος, ιδιαίτερα στη Β.

# Ροπές τ.μ.

# Ροπές τ.μ.

- $X$ τυχαία μεταβλητή.

# Ροπές τ.μ.

- $X$ τυχαία μεταβλητή.
- $E[X^n]$: $n$-οστή ροπή της $X$.

# Ροπές τ.μ.

- $X$ τυχαία μεταβλητή.
- $E[X^n]$: $n$-οστή ροπή της $X$.
- $E[(X - E[X])^n]$: $n$-οστή κεντρική ροπή της $X$.

# Ροπές τ.μ.

- $X$ τυχαία μεταβλητή.
- $E[X^n]$: $n$-οστή ροπή της $X$.
- $E[(X - E[X])^n]$: $n$-οστή κεντρική ροπή της $X$.
- $E[X]$: 1η ροπή της $X$.

## Ροπές τ.μ.

- $X$ τυχαία μεταβλητή.
- $E[X^n]$: $n$-οστή ροπή της $X$.
- $E[(X - E[X])^n]$: $n$-οστή κεντρική ροπή της $X$.
- $E[X]$: 1η ροπή της $X$.
- 0: 1η κεντρική ροπή της $X$.

# Ροπές τ.μ.

- $X$ τυχαία μεταβλητή.
- $E[X^n]$: $n$-οστή ροπή της $X$.
- $E[(X - E[X])^n]$: $n$-οστή κεντρική ροπή της $X$.
- $E[X]$: 1η ροπή της $X$.
- 0: 1η κεντρική ροπή της $X$.
- $Var[X]$: 2η κεντρική ροπή της $X$.

# Τυπική απόκλιση

# Τυπική απόκλιση

- $Var[X] = E[(X - E[X])^2]$: Έχει ίδιες μονάδες με την $X^2$.

# Τυπική απόκλιση

- $Var[X] = E[(X - E[X])^2]$: Έχει ίδιες μονάδες με την $X^2$.
- $\sigma_X = \sqrt{Var(X)}$: Τυπική απόκλιση της $X$

# Τυπική απόκλιση

- $Var[X] = E[(X - E[X])^2]$: Έχει ίδιες μονάδες με την $X^2$.
- $\sigma_X = \sqrt{Var(X)}$: Τυπική απόκλιση της $X$ : Έχει ίδιες μονάδες με την $X$ - Ευκολότερο να ερμηνευθεί.

# Βασικά αθροίσματα

# Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

# Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

$$0 + 1 + 2 + \cdots + n = \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

# Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

$$0 + 1 + 2 + \cdots + n = \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

- Γεωμετρική πρόοδος:

## Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

$$0 + 1 + 2 + \cdots + n = \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

- Γεωμετρική πρόοδος:

$$t^0 + t^1 + t^2 + \cdots + t^n = \sum_{i=0}^{n} t^i = \frac{1 - t^{n+1}}{1 - t}.$$

# Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

$$0 + 1 + 2 + \cdots + n = \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

- Γεωμετρική πρόοδος:

$$t^0 + t^1 + t^2 + \cdots + t^n = \sum_{i=0}^{n} t^i = \frac{1 - t^{n+1}}{1 - t}.$$

- Διωνυμικό ανάπτυγμα:

## Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

$$0+1+2+\cdots+n=\sum_{i=0}^{n} i=\frac{n(n+1)}{2}.$$

- Γεωμετρική πρόοδος:

$$t^0+t^1+t^2+\cdots+t^n=\sum_{i=0}^{n} t^i=\frac{1-t^{n+1}}{1-t}.$$

- Διωνυμικό ανάπτυγμα:

$$\binom{n}{0}t^0+\binom{n}{1}t^1+\binom{n}{2}t^2+\cdots+\binom{n}{n}t^n=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}t^i=(1+t)^n.$$

# Βασικές σειρές

## Βασικές σειρές

- Γεωμετρική σειρά:

# Βασικές σειρές

- Γεωμετρική σειρά:

$$t^0 + t^1 + t^2 + \cdots = \sum_{i=0}^{\infty} t^i = \frac{1}{1-t}, |t| < 1.$$

# Βασικές σειρές

- Γεωμετρική σειρά:

$$t^0 + t^1 + t^2 + \cdots = \sum_{i=0}^{\infty} t^i = \frac{1}{1-t}, |t| < 1.$$

- Εκθετική σειρά:

# Βασικές σειρές

- Γεωμετρική σειρά:

$$t^0 + t^1 + t^2 + \cdots = \sum_{i=0}^{\infty} t^i = \frac{1}{1-t}, |t| < 1.$$

- Εκθετική σειρά:

$$\frac{t^0}{0!} + \frac{t^1}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \cdots = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{t^i}{i!} = e^t.$$

# Ιδιότητες

# Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:

## Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:
$$E[g(X)] = \sum_x g(x) p_X(x).$$

# Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:
$$E[g(X)] = \sum_x g(x) p_X(x).$$
Προσοχή !!!: $E[g(X)] \neq g(E[X])$.

# Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:
$$E[g(X)] = \sum_x g(x)p_X(x).$$
Προσοχή !!!: $E[g(X)] \neq g(E[X])$.
- Μέση τιμή και διασπορά γραμμικής συνάρτησης τ.μ.:

# Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:
$$E[g(X)] = \sum_x g(x)p_X(x).$$
Προσοχή !!!: $E[g(X)] \neq g(E[X])$.
- Μέση τιμή και διασπορά γραμμικής συνάρτησης τ.μ.:
$$E[aX + b] = aE[X] + b.$$

# Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:
$$E[g(X)] = \sum_x g(x)p_X(x).$$
Προσοχή !!!: $E[g(X)] \neq g(E[X])$.
- Μέση τιμή και διασπορά γραμμικής συνάρτησης τ.μ.:
$$E[aX + b] = aE[X] + b.$$
$$Var[aX + b] = a^2 Var[X].$$

# Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:
$$E[g(X)] = \sum_x g(x)p_X(x).$$
Προσοχή !!!: $E[g(X)] \neq g(E[X])$.
- Μέση τιμή και διασπορά γραμμικής συνάρτησης τ.μ.:
$$E[aX + b] = aE[X] + b.$$
$$Var[aX + b] = a^2 Var[X].$$
- Εναλλακτικός τύπος υπολογισμού διασποράς τ.μ.:
$$Var[X] = E[X^2] - (E[X])^2.$$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

## Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4]}, \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4],} \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4],} \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =;$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4]}, \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =;\ ;$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4],} \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =; \; ; \; ;$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4],} \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =; \ ; \ ;$
- $E[X] =;$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4]}, \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =;\ ;\ ;$
- $E[X] =;\ ;$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4],} \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =;\ ;\ ;$
- $E[X] =;\ ;\ ;$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4]}, \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =$; ; ;
- $E[X] =$; ; ;
- $E[Z] =$;

## Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4]}, \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =; \; ; \; ;$
- $E[X] =; \; ; \; ;$
- $E[Z] =; \; ;$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4],} \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =; \; ; \; ;$
- $E[X] =; \; ; \; ;$
- $E[Z] =; \; ; \; ;$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4],} \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =; \; ; \; ;$
- $E[X] =; \; ; \; ;$
- $E[Z] =; \; ; \; ;$
- $Var[X] =;$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4],} \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =; \; ; \; ;$
- $E[X] =; \; ; \; ;$
- $E[Z] =; \; ; \; ;$
- $Var[X] =; \; ;$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4],} \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =; \; ; \; ;$
- $E[X] =; \; ; \; ;$
- $E[Z] =; \; ; \; ;$
- $Var[X] =; \; ; \; ;$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4],} \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =;\ ;\ ;$
- $E[X] =;\ ;\ ;$
- $E[Z] =;\ ;\ ;$
- $Var[X] =;\ ;\ ;$
- $Var[Z] =;$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4],} \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =;\ ;\ ;$
- $E[X] =;\ ;\ ;$
- $E[Z] =;\ ;\ ;$
- $Var[X] =;\ ;\ ;$
- $Var[Z] =;\ ;$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4],} \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =;\ ;\ ;$
- $E[X] =;\ ;\ ;$
- $E[Z] =;\ ;\ ;$
- $Var[X] =;\ ;\ ;$
- $Var[Z] =;\ ;\ ;$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4]}, \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =;\ ;\ ;$
- $E[X] =;\ ;\ ;$
- $E[Z] =;\ ;\ ;$
- $Var[X] =;\ ;\ ;$
- $Var[Z] =;\ ;\ ;$
- $E[aX^2 + bX + c] =;$

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4],} \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =$; ; ;
- $E[X] =$; ; ;
- $E[Z] =$; ; ;
- $Var[X] =$; ; ;
- $Var[Z] =$; ; ;
- $E[aX^2 + bX + c] =$; ;

# Άσκηση 1: Υπολογισμοί μέσων τιμών, διασπορών

- $X$ διακριτή με σμπ.

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} & \text{αν } x \text{ ακέραιος στο [-4,4],} \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- $Z = X^2$.
- $p_Z(z) =;\ ;\ ;$
- $E[X] =;\ ;\ ;$
- $E[Z] =;\ ;\ ;$
- $Var[X] =;\ ;\ ;$
- $Var[Z] =;\ ;\ ;$
- $E[aX^2 + bX + c] =;\ ;\ ;$

# Άσκηση 2: Θερμοκρασία σε Κελσίου/Φαρενάιτ

## Άσκηση 2: Θερμοκρασία σε Κελσίου/Φαρενάιτ

- Η μέση θερμοκρασία σε μια περιοχή είναι 22 βαθμοί κελσίου.

# Άσκηση 2: Θερμοκρασία σε Κελσίου/Φαρενάιτ

- Η μέση θερμοκρασία σε μια περιοχή είναι 22 βαθμοί κελσίου.
- Ο τύπος μετατροπής της θερμοκρασίας σε βαθμούς φαρενάιτ είναι $y = 1.8x + 32$ ($x$: θερμοκρασία σε Κελσίου $y$: θερμοκρασία σε Φαρενάιτ).

## Άσκηση 2: Θερμοκρασία σε Κελσίου/Φαρενάιτ

- Η μέση θερμοκρασία σε μια περιοχή είναι 22 βαθμοί κελσίου.
- Ο τύπος μετατροπής της θερμοκρασίας σε βαθμούς φαρενάιτ είναι $y = 1.8x + 32$ ($x$: θερμοκρασία σε Κελσίου $y$: θερμοκρασία σε Φαρενάιτ).
- Ποιά είναι η μέση θερμοκρασία της περιοχής σε βαθμούς φαρενάιτ ;

# Άσκηση 2: Θερμοκρασία σε Κελσίου/Φαρενάιτ

- Η μέση θερμοκρασία σε μια περιοχή είναι 22 βαθμοί κελσίου.
- Ο τύπος μετατροπής της θερμοκρασίας σε βαθμούς φαρενάιτ είναι $y = 1.8x + 32$ ($x$: θερμοκρασία σε Κελσίου $y$: θερμοκρασία σε Φαρενάιτ).
- Ποιά είναι η μέση θερμοκρασία της περιοχής σε βαθμούς φαρενάιτ ; ;

# Άσκηση 2: Θερμοκρασία σε Κελσίου/Φαρενάιτ

- Η μέση θερμοκρασία σε μια περιοχή είναι 22 βαθμοί κελσίου.
- Ο τύπος μετατροπής της θερμοκρασίας σε βαθμούς φαρενάιτ είναι $y = 1.8x + 32$ ($x$: θερμοκρασία σε Κελσίου $y$: θερμοκρασία σε Φαρενάιτ).
- Ποιά είναι η μέση θερμοκρασία της περιοχής σε βαθμούς φαρενάιτ ; ; ;

# Άσκηση 3: Παιχνίδι - Τί να απαντήσω πρώτα;

## Άσκηση 3: Παιχνίδι - Τί να απαντήσω πρώτα;

- Σε παιχνίδι γνώσεων άτομο θα απαντήσει δυνητικά σε 2 ερωτήσεις: 1 εύκολη και 1 δύσκολη.

# Άσκηση 3: Παιχνίδι - Τί να απαντήσω πρώτα;

- Σε παιχνίδι γνώσεων άτομο θα απαντήσει δυνητικά σε 2 ερωτήσεις: 1 εύκολη και 1 δύσκολη.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: πιθανότητα $p_1 = 0.8$.

# Άσκηση 3: Παιχνίδι - Τί να απαντήσω πρώτα;

- Σε παιχνίδι γνώσεων άτομο θα απαντήσει δυνητικά σε 2 ερωτήσεις: 1 εύκολη και 1 δύσκολη.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: πιθανότητα $p_1 = 0.8$.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: κέρδος $v_1 = 100$ ευρώ.

# Άσκηση 3: Παιχνίδι - Τί να απαντήσω πρώτα;

- Σε παιχνίδι γνώσεων άτομο θα απαντήσει δυνητικά σε 2 ερωτήσεις: 1 εύκολη και 1 δύσκολη.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: πιθανότητα $p_1 = 0.8$.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: κέρδος $v_1 = 100$ ευρώ.
- Σωστή απάντηση στη δύσκολη: πιθανότητα $p_2 = 0.5$.

# Άσκηση 3: Παιχνίδι - Τί να απαντήσω πρώτα;

- Σε παιχνίδι γνώσεων άτομο θα απαντήσει δυνητικά σε 2 ερωτήσεις: 1 εύκολη και 1 δύσκολη.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: πιθανότητα $p_1 = 0.8$.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: κέρδος $v_1 = 100$ ευρώ.
- Σωστή απάντηση στη δύσκολη: πιθανότητα $p_2 = 0.5$.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: κέρδος $v_2 = 200$ ευρώ.

# Άσκηση 3: Παιχνίδι - Τί να απαντήσω πρώτα;

- Σε παιχνίδι γνώσεων άτομο θα απαντήσει δυνητικά σε 2 ερωτήσεις: 1 εύκολη και 1 δύσκολη.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: πιθανότητα $p_1 = 0.8$.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: κέρδος $v_1 = 100$ ευρώ.
- Σωστή απάντηση στη δύσκολη: πιθανότητα $p_2 = 0.5$.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: κέρδος $v_2 = 200$ ευρώ.
- Διαλέγει ποιά να απαντήσει πρώτη και απαντά. Αν απαντήσει σωστά συνεχίζει, αλλιώς το παιχνίδι τερματίζεται.

# Άσκηση 3: Παιχνίδι - Τί να απαντήσω πρώτα;

- Σε παιχνίδι γνώσεων άτομο θα απαντήσει δυνητικά σε 2 ερωτήσεις: 1 εύκολη και 1 δύσκολη.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: πιθανότητα $p_1 = 0.8$.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: κέρδος $v_1 = 100$ ευρώ.
- Σωστή απάντηση στη δύσκολη: πιθανότητα $p_2 = 0.5$.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: κέρδος $v_2 = 200$ ευρώ.
- Διαλέγει ποιά να απαντήσει πρώτη και απαντά. Αν απαντήσει σωστά συνεχίζει, αλλιώς το παιχνίδι τερματίζεται.
- Ποιά να απαντήσει πρώτα ώστε να μεγιστοποιήσει το αναμενόμενο κέρδος του;

# Άσκηση 3: Παιχνίδι - Τί να απαντήσω πρώτα;

- Σε παιχνίδι γνώσεων άτομο θα απαντήσει δυνητικά σε 2 ερωτήσεις: 1 εύκολη και 1 δύσκολη.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: πιθανότητα $p_1 = 0.8$.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: κέρδος $v_1 = 100$ ευρώ.
- Σωστή απάντηση στη δύσκολη: πιθανότητα $p_2 = 0.5$.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: κέρδος $v_2 = 200$ ευρώ.
- Διαλέγει ποιά να απαντήσει πρώτη και απαντά. Αν απαντήσει σωστά συνεχίζει, αλλιώς το παιχνίδι τερματίζεται.
- Ποιά να απαντήσει πρώτα ώστε να μεγιστοποιήσει το αναμενόμενο κέρδος του; ;

# Άσκηση 3: Παιχνίδι - Τί να απαντήσω πρώτα;

- Σε παιχνίδι γνώσεων άτομο θα απαντήσει δυνητικά σε 2 ερωτήσεις: 1 εύκολη και 1 δύσκολη.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: πιθανότητα $p_1 = 0.8$.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: κέρδος $v_1 = 100$ ευρώ.
- Σωστή απάντηση στη δύσκολη: πιθανότητα $p_2 = 0.5$.
- Σωστή απάντηση στην εύκολη: κέρδος $v_2 = 200$ ευρώ.
- Διαλέγει ποιά να απαντήσει πρώτη και απαντά. Αν απαντήσει σωστά συνεχίζει, αλλιώς το παιχνίδι τερματίζεται.
- Ποιά να απαντήσει πρώτα ώστε να μεγιστοποιήσει το αναμενόμενο κέρδος του; ; ;

# Μελέτη

# Μελέτη

Μπερτσεκάς, Δ.Π. και Τσιτσικλής, Γ.Ν. (2013) Εισαγωγή στις Πιθανότητες με Στοιχεία Στατιστικής, Εκδόσεις Τζιόλα.

- Θεωρία:

  2.3 Συναρτήσεις τυχαίων μεταβλητών
  2.4 Μέση Τιμή και Διασπορά

- Ασκήσεις:

  2.3 Πρόβλημα 13
  2.4 Προβλήματα 16, 18, 21, 22

# Τέλος Διαλέξεως

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «*Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών*» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

# Σημειώματα

## Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

# Σημείωμα Αναφοράς

# Σημείωμα Αδειοδότησης

# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.