



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Εθνικόν και Καποδιστριακόν  
Πανεπιστήμιον Αθηνών

# Ψηφιακές Επικοινωνίες

## Ενότητα 3: Ψηφιακή Διαμόρφωση

Παναγιώτης Μαθιόπουλος

Σχολή Θετικών Επιστημών

Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών

# Ψηφιακή Διαμόρφωση

Μέρος Β

# Διαμόρφωση ολίσθησης φάσης (Phase Shift Keying-PSK)

Το PSK είναι αποκλειστικά ζωνοπερατή διαμόρφωση αφού η πληροφορία μεταφέρεται στη φάση ημιτονοειδών κυματομορφών, της ίδιας συχνότητας και πλάτους (ενέργειας).

$$s_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \theta_i), & t \in [0, T] \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}, i = 1, \dots, M \quad \theta_i = 2\pi \frac{i-1}{M}$$

Σταθερή περιβάλλουσα  
(Constant Envelope)



$$V(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}}$$

$$\int_0^T s_i^2(t) dt = \int_0^T \left( \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \right)^2 \cos^2(2\pi f_c t + \theta_i) dt$$

Ίση Ενέργεια συμβόλων

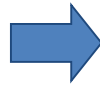


$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left[ \int_0^T \left( \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \right)^2 dt + \int_0^T \left( \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \right)^2 \cos(4\pi f_c t + \theta_i) dt \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ \int_0^T \left( \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \right)^2 dt \right] = \mathcal{E}_s, \end{aligned}$$



# Binary Phase Shift keying (BPSK)

BPSK

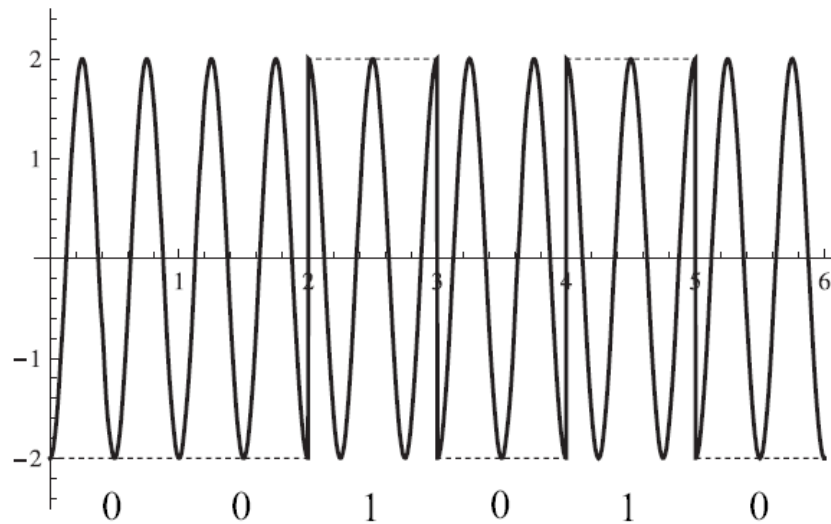


$\theta_1 = 0$  και  $\theta_2 = \pi$

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos 2\pi f_c t,$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \pi) = -s_1(t)$$

$\mathbf{a} = \{001010\}$



# Quaternary Phase Shift Keying (QPSK)



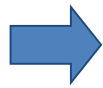
$$\theta_1 = 0, \theta_2 = \frac{\pi}{2}, \theta_3 = \pi, \theta_4 = \frac{3\pi}{2}$$

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos 2\pi f_c t$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \frac{\pi}{2}) = -\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \sin 2\pi f_c t$$

$$s_3(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \pi) = -\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos 2\pi f_c t = -s_1(t)$$

$$s_4(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \frac{3\pi}{2}) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \sin 2\pi f_c t = -s_2(t).$$



$$\theta_1 = \frac{\pi}{4}, \theta_2 = \frac{3\pi}{4}, \theta_3 = \frac{5\pi}{4}, \theta_4 = \frac{7\pi}{4}$$

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \frac{\pi}{4}), \quad s_2(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \frac{3\pi}{4})$$

$$s_3(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \frac{5\pi}{4}), \quad s_4(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \frac{7\pi}{4})$$



# Αστερισμός – Διαγράμματα I/Q

$$\begin{aligned} s_i(t) &= \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \theta_i) \\ &= \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos \theta_i \cos 2\pi f_c t - \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \sin \theta_i \sin 2\pi f_c t \end{aligned}$$

$$\mathbf{s}_i = \{\sqrt{\mathcal{E}_s} \cos \theta_i, \sqrt{\mathcal{E}_s} \sin \theta_i\}$$

$$\phi_1(t) \rightarrow \mathbf{I}, \phi_2(t) \rightarrow \mathbf{Q}$$

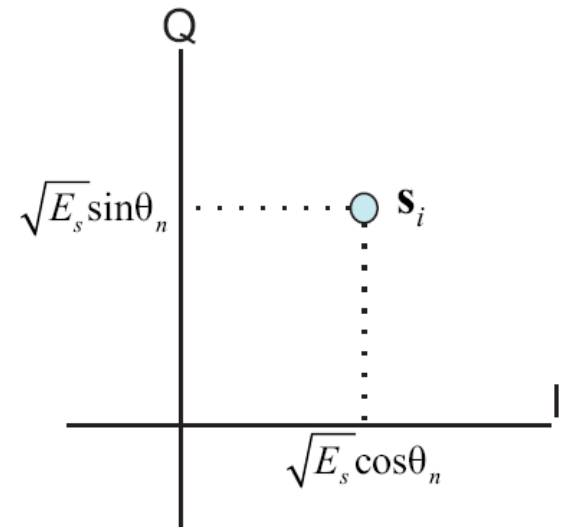
$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos 2\pi f_c t, \phi_2(t) = -\sqrt{\frac{2}{T}} \sin 2\pi f_c t.$$



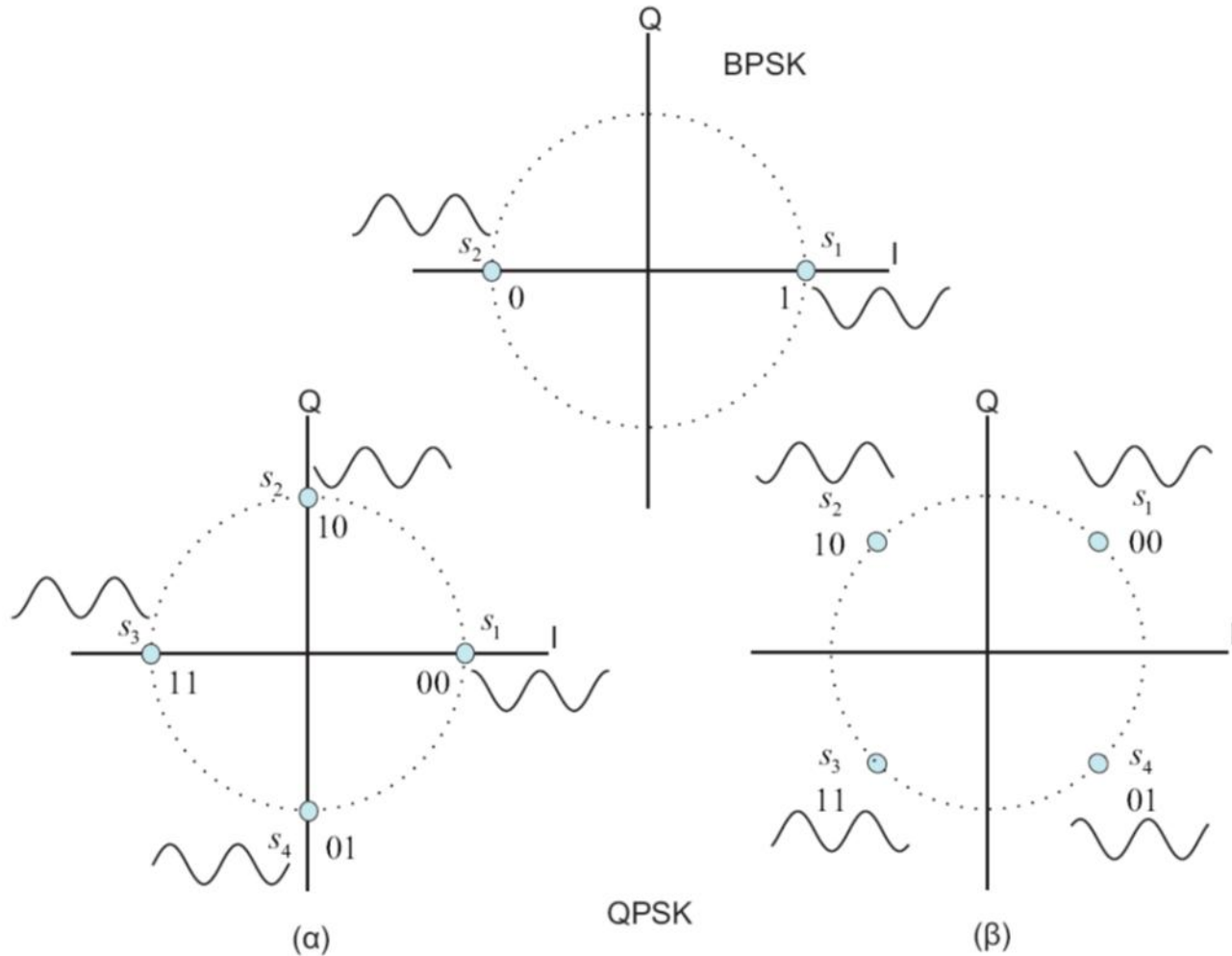
$$s_i(t) = \sqrt{\mathcal{E}_s} \cos \theta_i \times \phi_1(t) + \sqrt{\mathcal{E}_s} \sin \theta_i \times \phi_2(t).$$

$$d_{\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j} = \sqrt{\|\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j\|^2} = \sqrt{2\mathcal{E}_s \left(1 - \cos \frac{2\pi}{M}(i - j)\right)}.$$

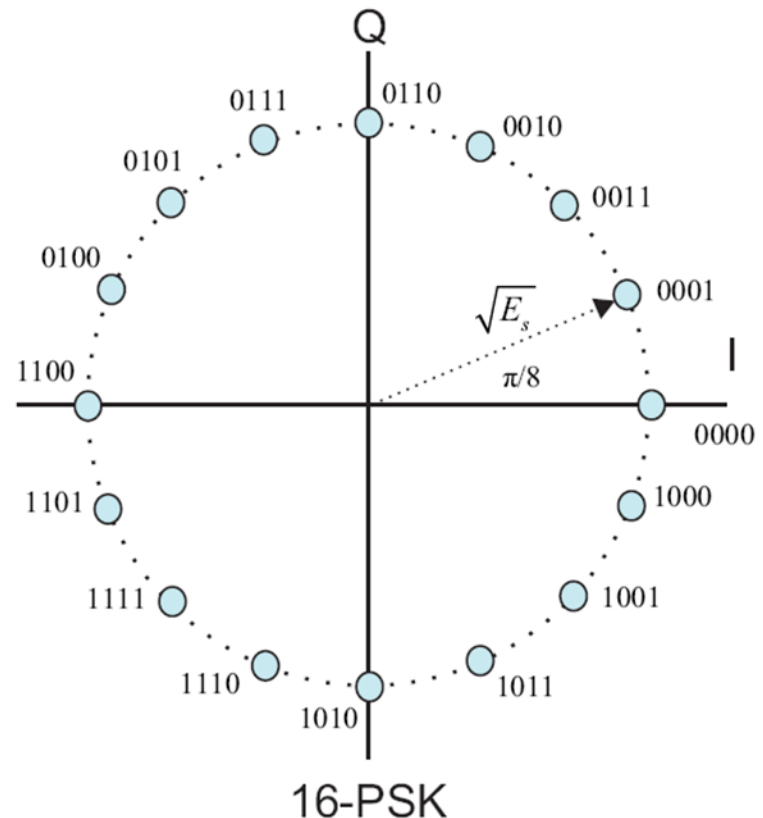
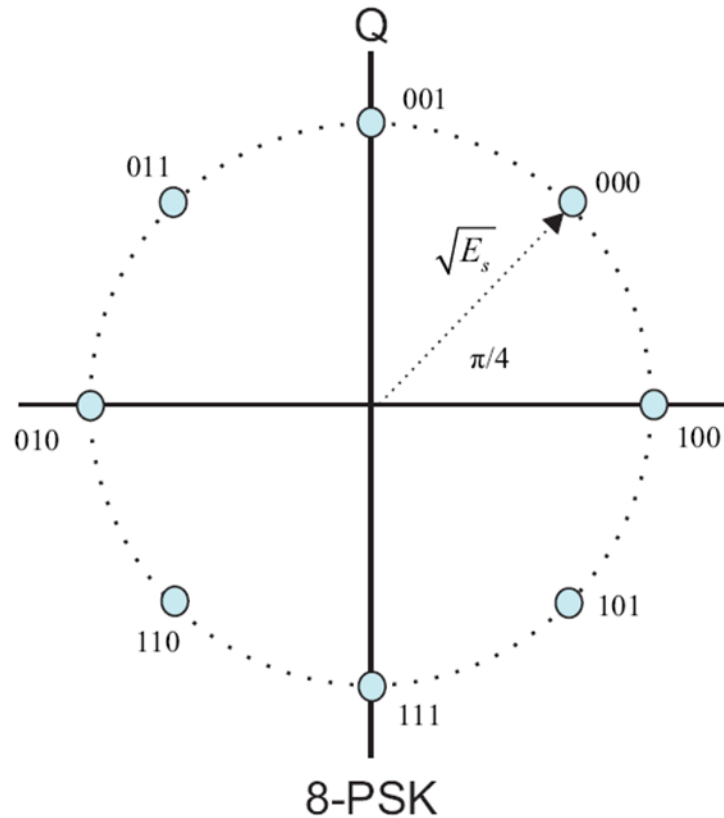
$$d_{min} = \sqrt{2\mathcal{E}_s \left(1 - \cos \frac{2\pi}{M}\right)} = 2\sqrt{\mathcal{E}_s} \sin \frac{\pi}{M}$$



# Αστερισμοί MPSK (1)



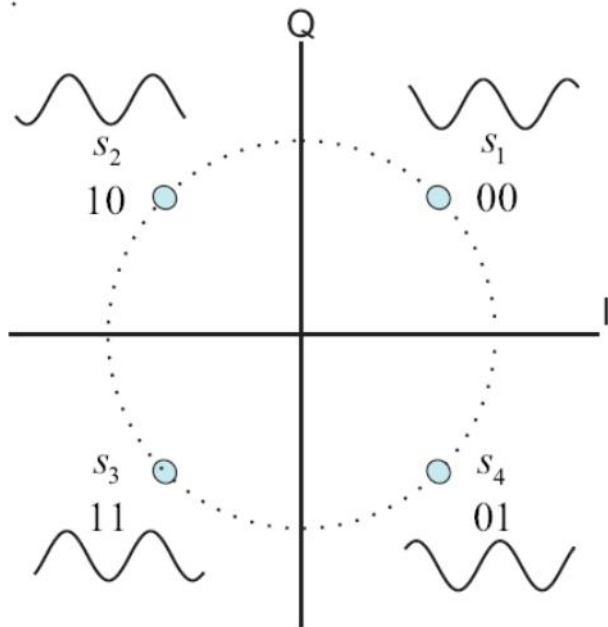
# Αστερισμοί MPSK (2)





# Διαμορφωτές I/Q (1)

$$\mathbf{a} = \{111001001111\}$$

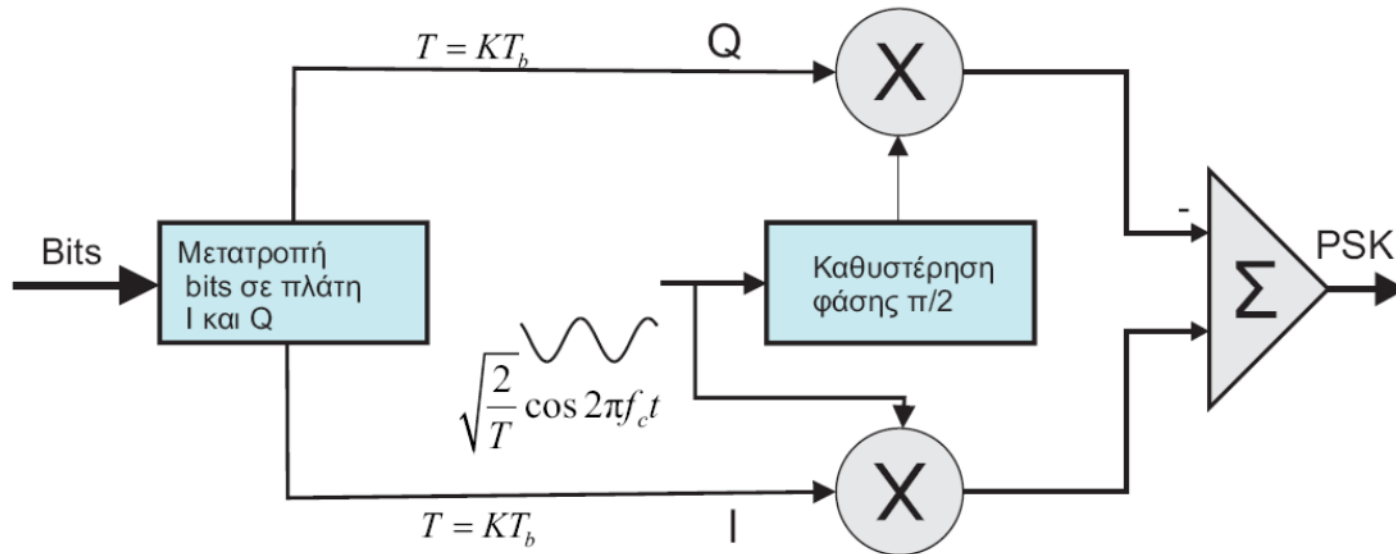


$$\mathbf{s}_i = \{\sqrt{\mathcal{E}_s} \cos \theta_i, \sqrt{\mathcal{E}_s} \sin \theta_i\}$$

	I	Q
00	$\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$	$\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$
01	$\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$
11	$-\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$
10	$-\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$	$\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$



# Διαμορφωτές I/Q (2)

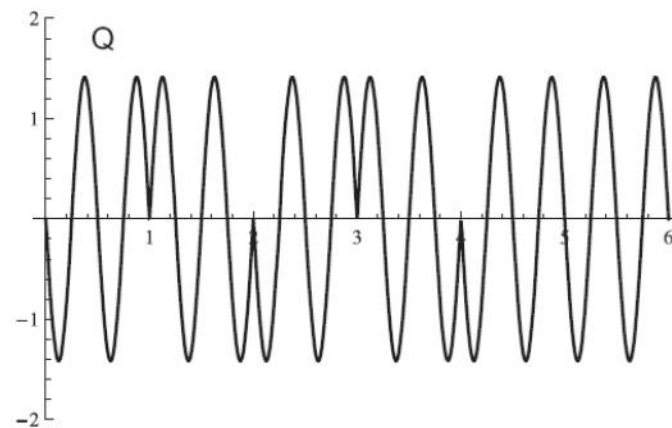
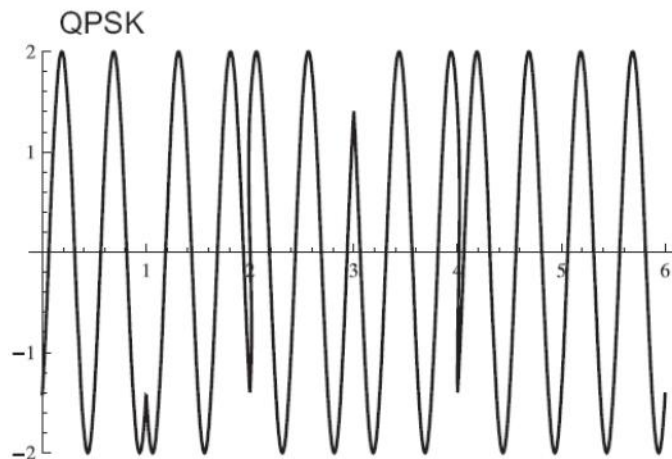
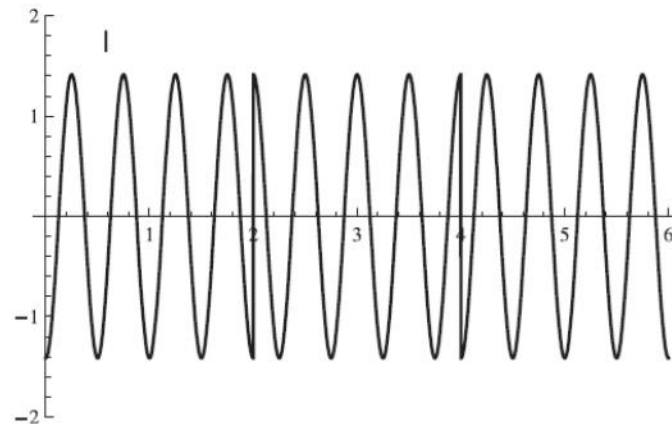
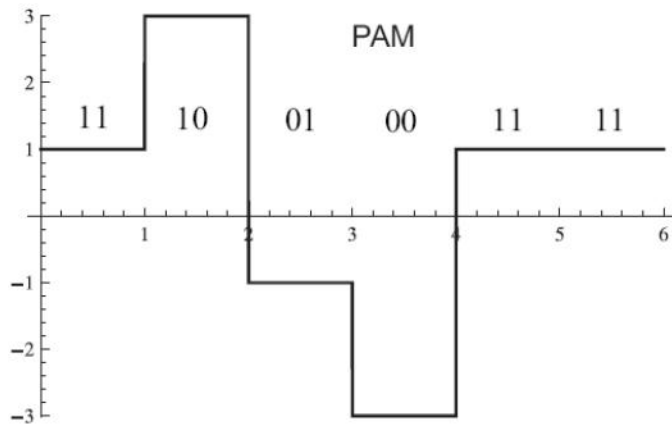


- Για όλα τα σημεία του αστερισμού καταγράφονται σε πίνακα οι συνιστώσες I και Q.
- Η ακολουθία των bits πληροφορίας χωρίζεται σε ομάδες των  $K$  bits για κάθε μια από τις οποίες παράγονται οι συνιστώσες I και Q με βάση τον προηγούμενο πίνακα.
- Τα δύο διαμορφωμένα κατά πλάτος σήματος προστίθενται μέσω ενός αθροιστή και η έξοδος αυτού είναι το διαμορφωμένο σήμα.

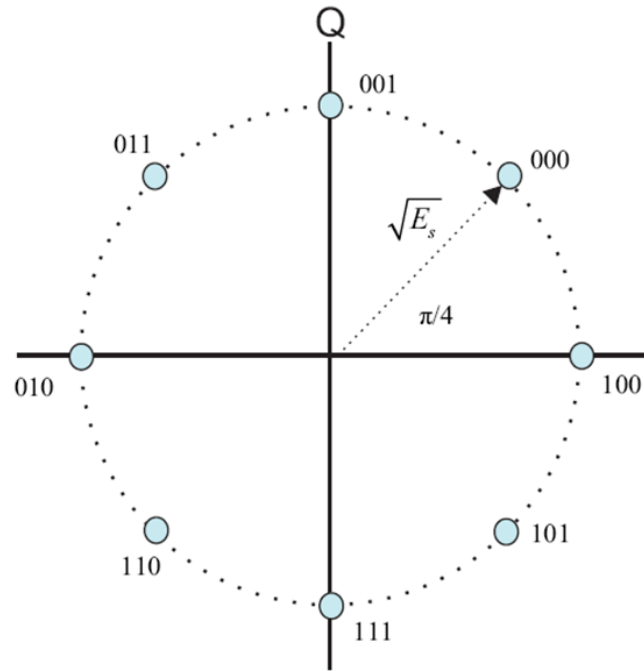


# Διαμορφωτές I/Q (3)

$\mathbf{a} = \{111001001111\}$



# Διαμορφωτές I/Q (3)

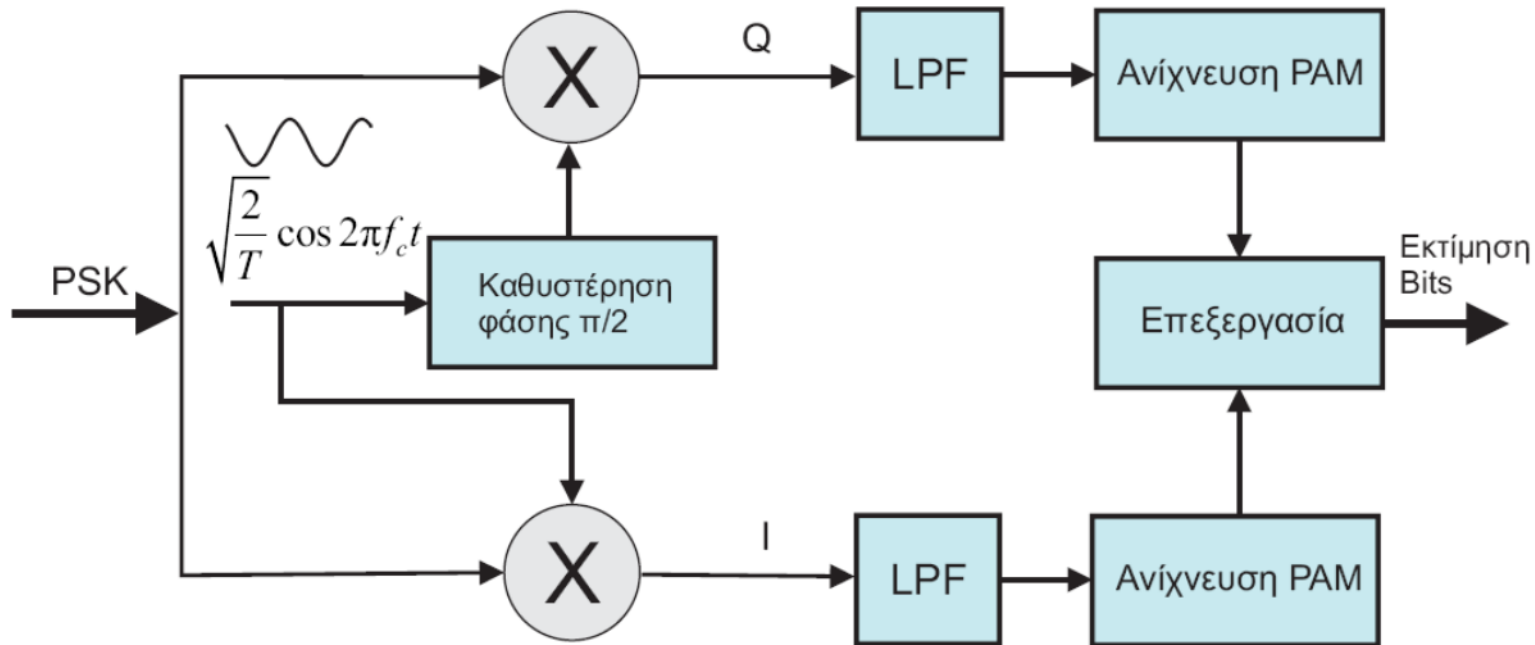


Πίνακας 1.3: Συνιστώσες I και Q 8-PSK αστερισμού

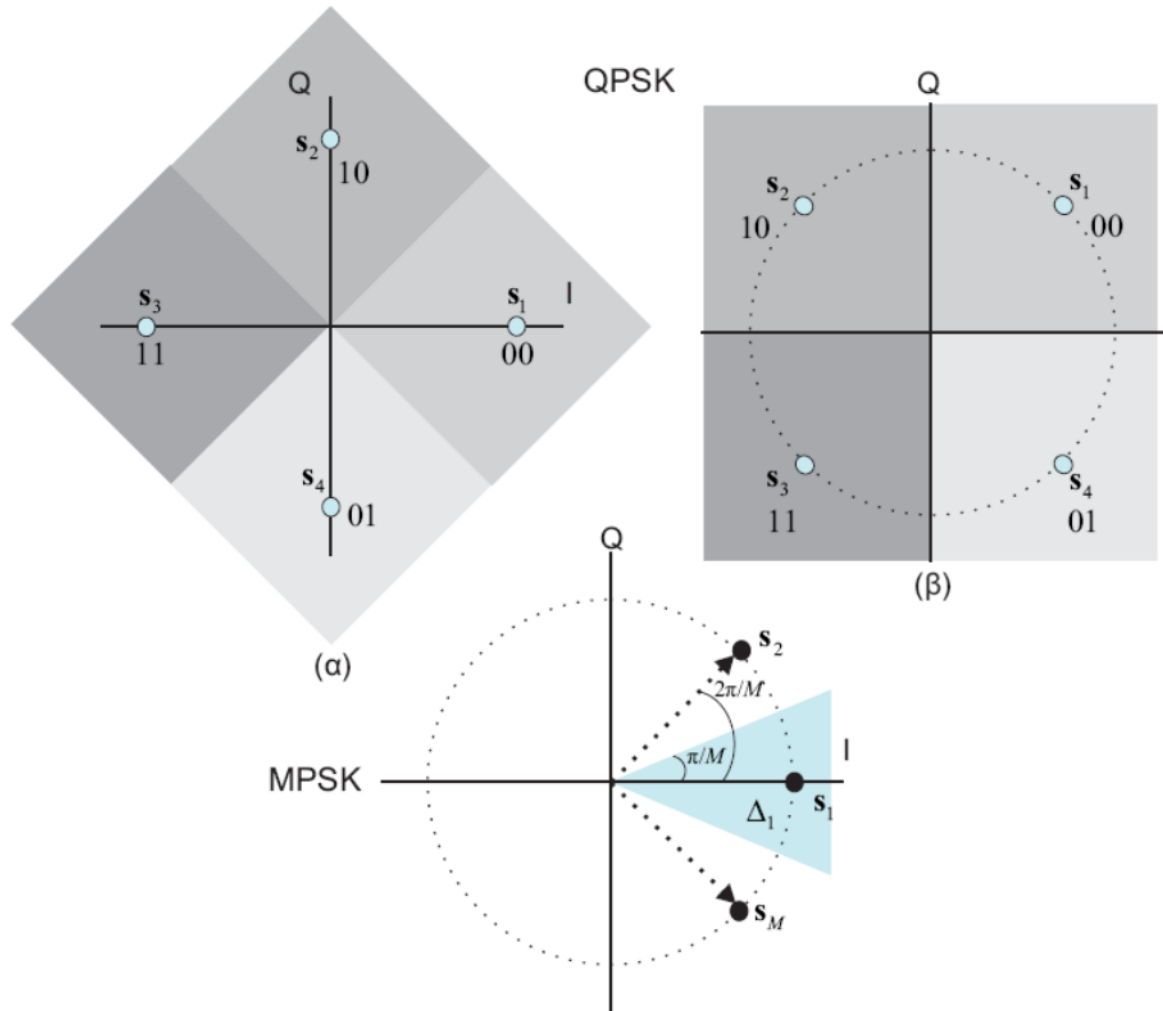
	000	001	011	010	110	111	101	100
I	$\frac{\sqrt{2E_s}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2E_s}}{2}$	$-\sqrt{E_s}$	$-\frac{\sqrt{2E_s}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2E_s}}{2}$	$\sqrt{E_s}$
Q	$\frac{\sqrt{2E_s}}{2}$	$\sqrt{E_s}$	$\frac{\sqrt{2E_s}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2E_s}}{2}$	$-\sqrt{E_s}$	$-\frac{\sqrt{2E_s}}{2}$	0



# Αποδιαμόρφωση – Ανίχνευση



# Περιοχές Απόφασης



# Πιθανότητα σφάλματος (1)

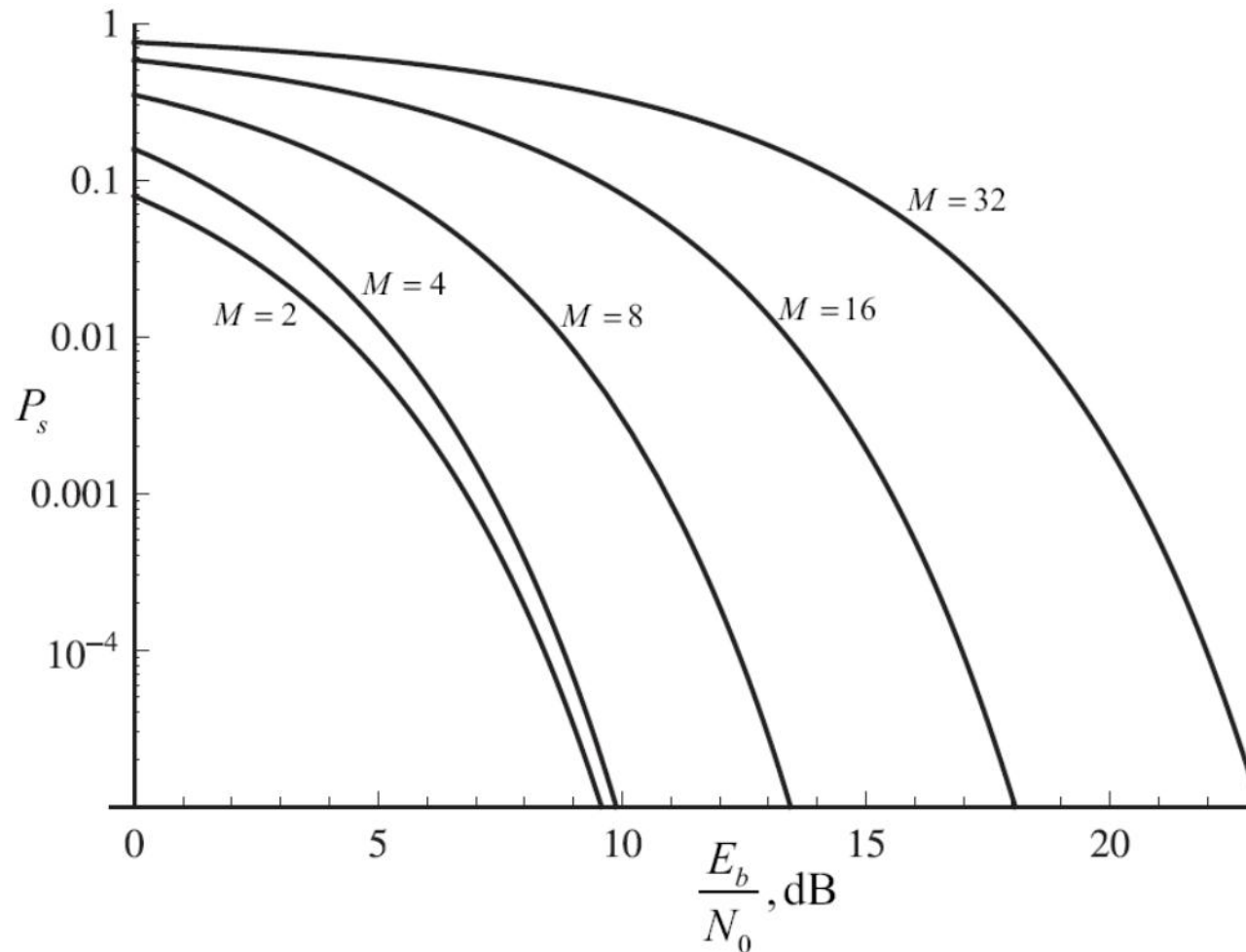
$$P_{b,BPSK} = P_{b,BPAM} = Q\left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{N_0}}\right)$$

$$\begin{aligned} P_{s,QPSK} &= 1 - (1 - P_{b,I})(1 - P_{b,Q}) \\ &= 1 - \left[1 - Q\left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{N_0}}\right)\right] \left[1 - Q\left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{N_0}}\right)\right] \\ &= 2Q\left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{N_0}}\right) - Q^2\left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{N_0}}\right) \end{aligned}$$

$$P_{s,M-PSK} \approx 2Q\left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{N_0}} \sin \frac{\pi}{M}\right) \quad M > 4$$



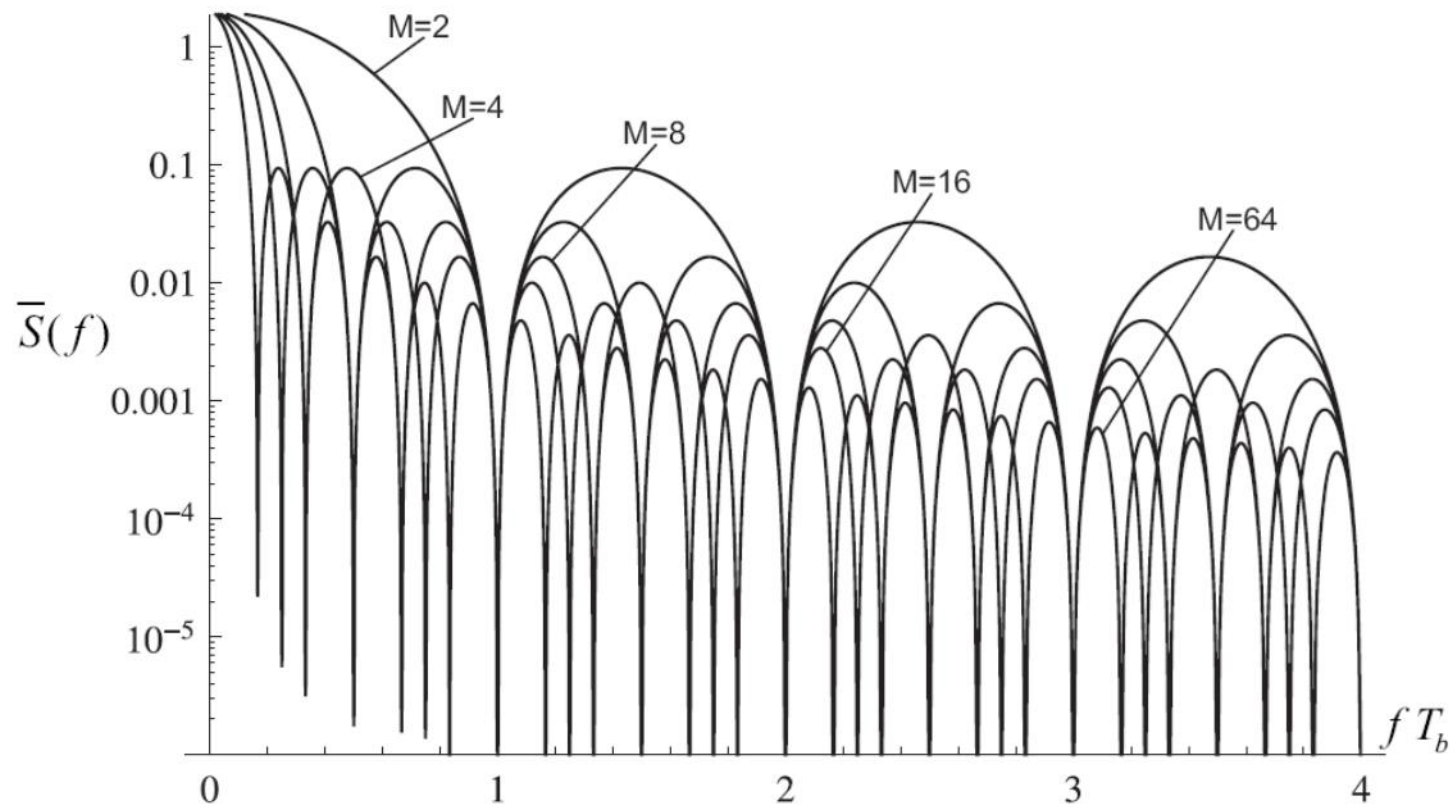
# Πιθανότητα σφάλματος (2)





# Φασματική Πυκνότητα Ισχύος

$$\bar{S}(f) = 2\mathcal{E}_s \text{sinc}^2 fT = 2\mathcal{E}_s \text{sinc}^2 fKT_b$$



# Διαμόρφωση διαφορικής ολίσθησης φάσης (Differential PSK-DPSK)

- Όταν χρησιμοποιείται PLL σε δέκτες PSK με σύμφωνη αποδιαμόρφωση, παρουσιάζονται ασάφειες της φάσης σε πολλαπλάσια του  $2\pi/M$  οι οποίες επηρεάζουν αρνητικά την επίδοση του δέκτη.
- Το φαινόμενο αυτό είναι έντονο σε εφαρμογές όπως οι ασύρματες επικοινωνίες, εξαιτίας της γρήγορης μεταβολής του καναλιού.



- Διαφορική κωδικοποίηση (differential encoding ) των δεδομένων στον πομπό και διαφορική αποκωδικοποίηση (differential decoding) στο δέκτη.
- Η τεχνική διαμόρφωσης που υλοποιεί αυτές τις διαδικασίες, ονομάζεται Διαφορικό (Differential) PSK-DPSK.



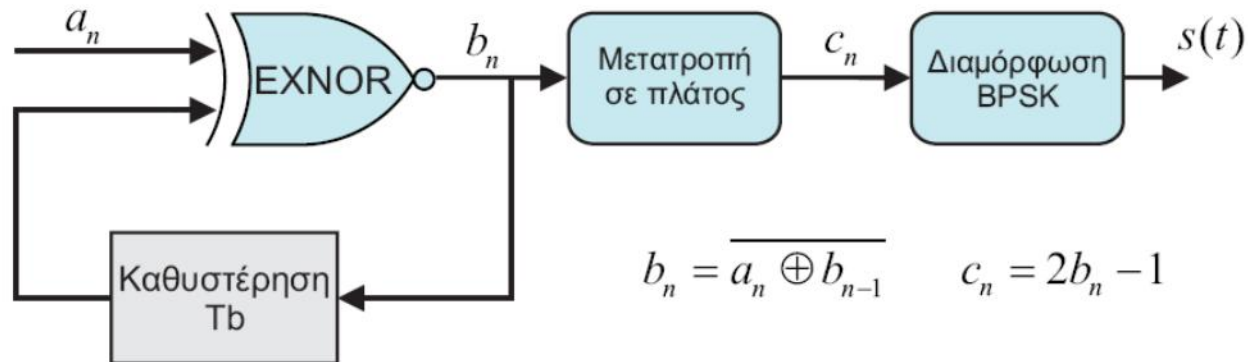
# DBPSK

- Με τη διαφορική κωδικοποίηση του BPSK ένα bit 0 ή 1 διαμορφώνεται κατά DBPSK λαμβάνοντας υπόψη την κατάσταση του προηγούμενου bit.
- Με τον τρόπο αυτό και με την υπόθεση ότι το λάθος,  $\epsilon$  στην εκτίμηση της φάσης από το PLL μεταβάλλεται αργά και είναι το ίδιο σε δύο διαδοχικά διαστήματα συμβόλου, η διαφορά φάσης μεταξύ δύο διαδοχικών συμβόλων θα είναι ανεξάρτητη από το  $\epsilon$ .

$$\Delta\Theta = [\Theta_{T_2} + \epsilon] - [\Theta_{T_1} + \epsilon] = \Theta_{T_2} - \Theta_{T_1}$$



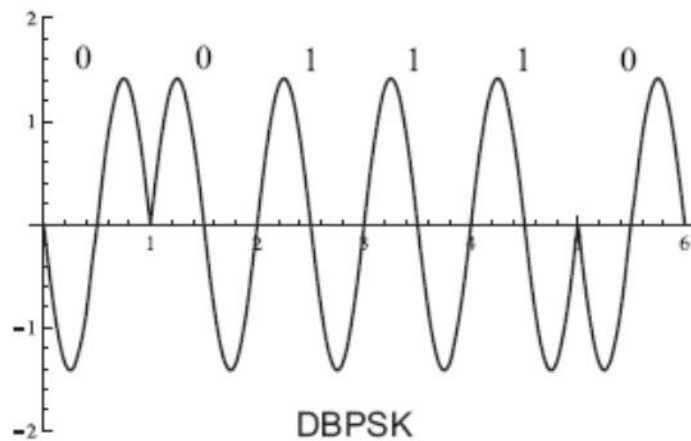
# DBPSK – Πομπός (1)



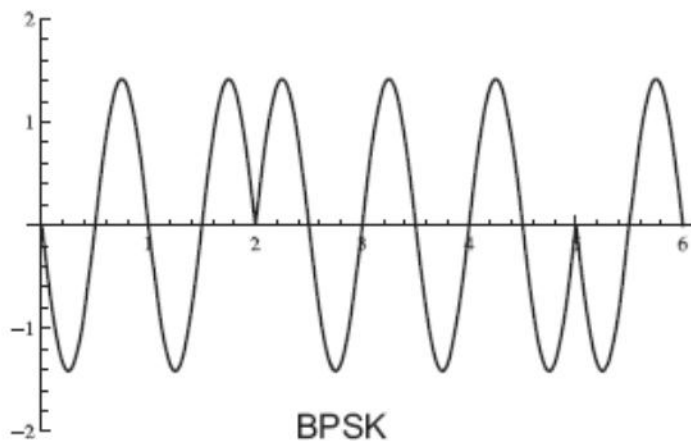
- Η διαφορική κωδικοποίηση υλοποιείται μέσω μιας πύλης EXNOR και ενός καθυστερητή που προκαλεί καθυστέρηση,  $T_b$ .
- Η έξοδος της πύλης EXNOR,  $b_n$ , είναι 1 αν το bit πληροφορίας,  $a_n$ , και το προηγούμενο κωδικοποιημένο bit,  $b_{n-1}$ , είναι τα ίδια. Διαφορετικά, το  $b_n$ , είναι 0.
- Κατόπιν τα κωδικοποιημένα bits μετατρέπονται σε πλάτη, +1, -1 και εκπέμπονται με BPSK αφού γίνει η αντιστοιχία στις φάσεις,  $\Theta_1=0$  και  $\Theta_2=\pi$ .



# DBPSK – Πομπός (2)



$a_n$		0	0	1	1	1	0
$b_n$	1	0	1	1	1	1	0
$c_n$	1	-1	1	1	1	1	-1
$\Theta_n$	0	$\pi$	0	0	0	0	$\pi$

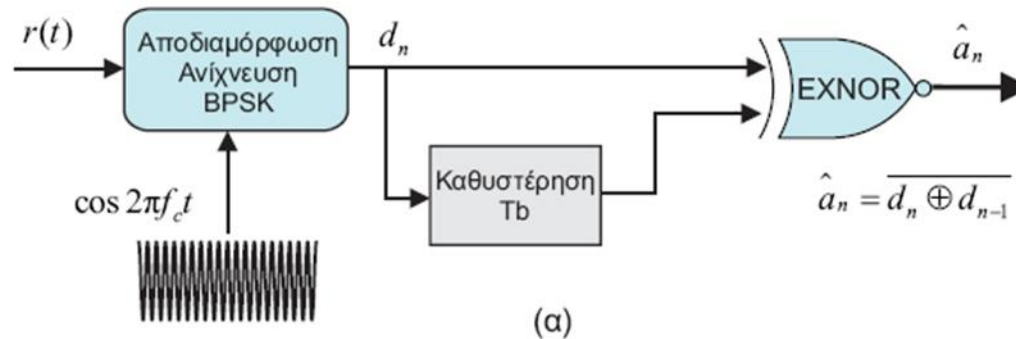


# DBPSK – Δέκτης

- Η ονομασία DBPSK αναφέρεται τόσο στο τρόπο κωδικοποίησης της πληροφορίας (differential encoding), όσο και στη διαδικασία της αποδιαμόρφωσης-ανίχνευσης.
- Ανάλογα με την μέθοδο που ακολουθείται το DBPSK διακρίνεται σε **σύμφωνο** και **ασύμφωνο**.
- Το **σύμφωνο** DBPSK απαιτεί την εκτίμηση της απόλυτης τιμής της φάσης μέσω PLL και κατόπιν ακολουθεί αποκωδικοποίηση των δεδομένων, προκειμένου να ανακτηθεί η εκπεμπόμενη ακολουθία bits.
- Όμως, η μέθοδος αυτή σπάνια χρησιμοποιείται στην πράξη σε αντίθεση με την **ασύμφωνη** διαφορική ανίχνευση η οποία δεν απαιτεί γνώση της φάσης του φέροντος.



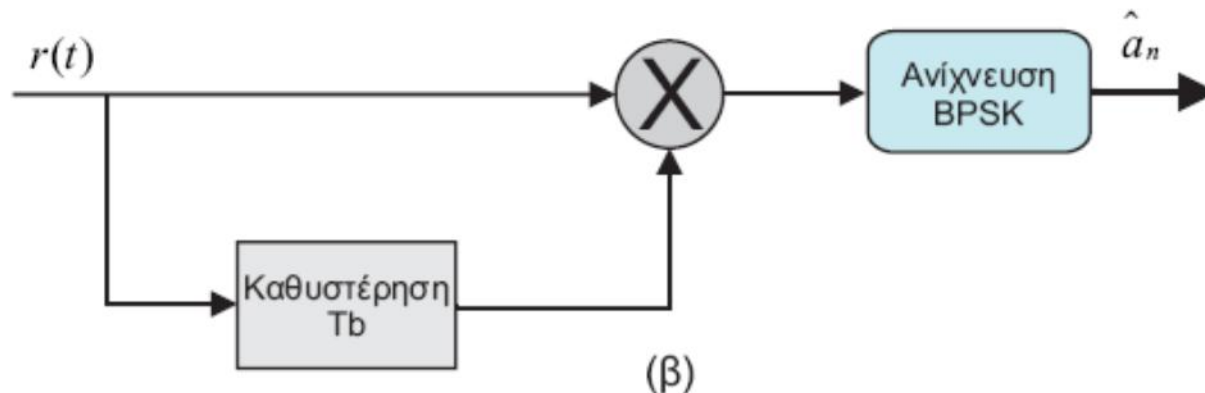
# DBPSK – Ασύμφωνος Δέκτης 1



- Χρησιμοποιεί ένα τοπικά παραγόμενο φέρον το οποίο είναι σε συμφωνία ως προς τη συχνότητα με το λαμβανόμενο σήμα αλλά όχι απαραίτητα ως προς τη φάση.
- Αφού αποδιαμορφωθούν και ανιχνευθούν τα διαφορετικά κωδικοποιημένα δεδομένα, μέσω ενός δέκτη I/Q PSK, οδηγούνται στον αποκωδικοποιητή ώστε να εξαχθούν τα bits Πληροφορίας.
- Ο αποκωδικοποιητής υλοποιείται (όπως και ο κωδικοποιητής) με μια πύλη EXNOR και ένα καθυστερητή.
- Βέλτιστος ως προς BER.



# DBPSK – Ασύμφωνος Δέκτης 2



- Δεν απαιτεί γνώση της συχνότητας του λαμβανόμενου σήματος.
- Ο χρησιμοποιούμενος πολλαπλασιαστής συσχετίζει το λαμβανόμενο σήμα με την καθυστερημένη κατά μια περίοδο συμβόλου έκδοση αυτού.
- Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται για την υπόλοιπη ακολουθία bits.
- Υποβέλτιστος ως προς το BER αλλά λιγότερο πολύπλοκος





# DPSK – Πιθανότητα Σφάλματος

- Το DPSK υστερεί σε επιδόσεις συγκρινόμενο με το PSK, αφού τα σφάλματα διαδίδονται και σε γειτονικά σύμβολα εξαιτίας της συσχέτισης μεταξύ των αντίστοιχων κυματομορφών.
- Η εύρεση της ακριβούς πιθανότητας σφάλματος για το ασύμφωνο M-αδικό DPSK είναι ιδιαίτερα δύσκολη. Όμως, μπορεί να γίνει σύγκριση με το αντίστοιχο M-PSK αν ληφθεί υπόψη το γεγονός ότι το τελευταίο συγκρίνει το λαμβανόμενο σήμα με μια `καθαρή` (χωρίς θόρυβο) αναφορά.
- Αυτό δεν συμβαίνει στη περίπτωση του DPSK όπου δύο σήματα με θόρυβο συγκρίνονται μεταξύ τους. Έτσι, μπορεί να συμπεράνει κάποιος ότι ο θόρυβος στη περίπτωση του DPSK είναι διπλάσιος από αυτόν του M-PSK οπότε η πιθανότητα σφάλματος θα είναι προσεγγιστικά δύο φορές χειρότερη (περίπου 3 dB). Αυτή η επίδοση βελτιώνεται σε υψηλά SNR όπου η επίδραση του θορύβου είναι μικρότερη.

Σύμφωνο 
$$P_{b,BDPSK} = 2Q \left( \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{N_0}} \right) \left[ 1 - Q \left( \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{N_0}} \right) \right]$$

Ασύμφωνο 
$$P_{b,BDPSK} = \frac{1}{2} e^{-\frac{\mathcal{E}_b}{N_0}}$$



# DPSK – Παράδειγμα διάδοσης σφάλματος

$a_n$		0	0	1	1	1	0
$b_n$	1	0	1	1	1	1	0
$c_n$	1	-1	1	1	1	1	-1
$\Theta_n$	0	$\pi$	0	0	0	0	$\pi$
$\hat{\Theta}_n$		$\pi$	$\pi$	0	0	0	$\pi$
$d_n$	1	0	0	1	1	1	0
$\hat{a}_n$		0	1	0	1	1	0



# PSK – Εφαρμογές (1)

- Συστήματα κινητών επικοινωνιών EGPRS (ονομαζόμενα και EDGE ή IMT Single Carrier (IMT-SC)). Τα συστήματα αυτά είναι μια εξέλιξη του GSM και επιτρέπουν μετάδοση σε μεγαλύτερες ταχύτητες, διατηρώντας όμως τη συμβατότητα με το GSM. Αν και το EGPRS μπορεί να θεωρηθεί σαν τεχνολογία κινητών επικοινωνιών 3ης γενιάς (3G) συνήθως αναφέρεται σαν 2.75G.
- Συστήματα κινητών επικοινωνιών 3ης γενιάς UMTS, WCDMA, HSDPA.
- Επικοινωνίες δεδομένων σε δίκτυο σταθερής τηλεφωνίας (πρότυπο ITU-T).
- Ασύρματα τοπικά δίκτυα (Wireless LANs) σύμφωνα με τα πρότυπα 802.11b και 802.11g.
- Δορυφορικές επικοινωνίες.



# PSK – Εφαρμογές (2)

- Σε βιομετρικά διαβατήρια, πιστωτικές κάρτες και γενικά σε περιπτώσεις αναγνώρισης με χρήση ραδιοσυχνοτήτων (Radio-frequency identification-RFID).
- Στο σύστημα ασύρματης επικοινωνίας Bluetooth 2.
- Στα συστήματα επίγειας και δορυφορικής ψηφιακής τηλεόρασης (DVB-T, DVB-RCS).
- Στα συστήματα ασύρματης επικοινωνίας Worldwide Interoperability for Microwave Access-WiMAX.



# Quadrature Amplitude Modulation (QAM)

$$s_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_i}{T}} \cos(2\pi f_c t + \theta_i), & t \in [0, T] \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}, i = 1, \dots, M$$

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_i}{T}} \cos \theta_i \cos 2\pi f_c t - \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_i}{T}} \sin \theta_i \sin 2\pi f_c t$$

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos 2\pi f_c t, \phi_2(t) = -\sqrt{\frac{2}{T}} \sin 2\pi f_c t$$

$$s_i(t) = \sqrt{\mathcal{E}_i} \cos \theta_i \times \phi_1(t) + \sqrt{\mathcal{E}_i} \sin \theta_i \times \phi_2(t) \quad \rightarrow \quad \mathbf{s}_i = \{\sqrt{\mathcal{E}_i} \cos \theta_i, \sqrt{\mathcal{E}_i} \sin \theta_i\}$$

$$\mathcal{E}_{\text{av}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \mathcal{E}_i$$



# Ορθογώνιοι αστερισμοί QAM (1)

- Δημιουργούνται από 2 PAM σήματα, που διαμορφώνουν την I και την Q συνιστώσα

$$s_{ij}(t) = A_i \cos 2\pi f_c t - A_j \sin 2\pi f_c t$$

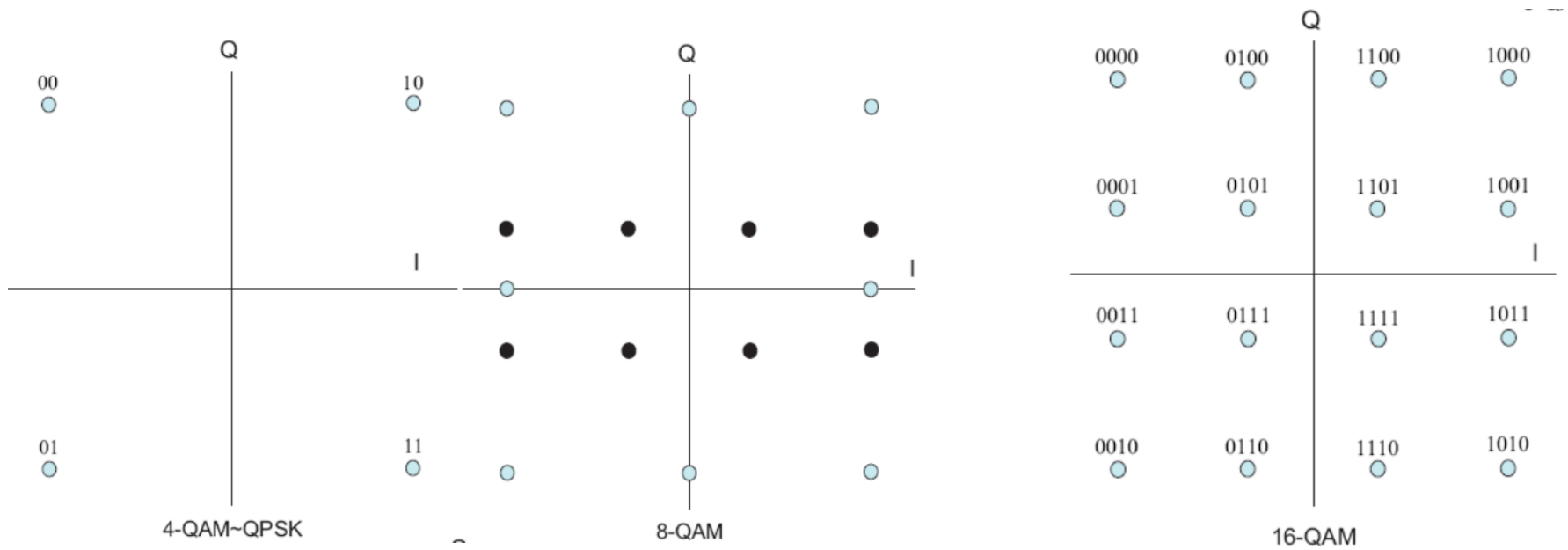
$$A_i, i = 1, 2, \dots, M_1 \text{ και } A_j, j = 1, 2, \dots, M_2$$

$$M_1 = 2^{K_1} \quad M_2 = 2^{K_2} \quad \longrightarrow \quad M = M_1 M_2 = 2^{K_1 + K_2}$$

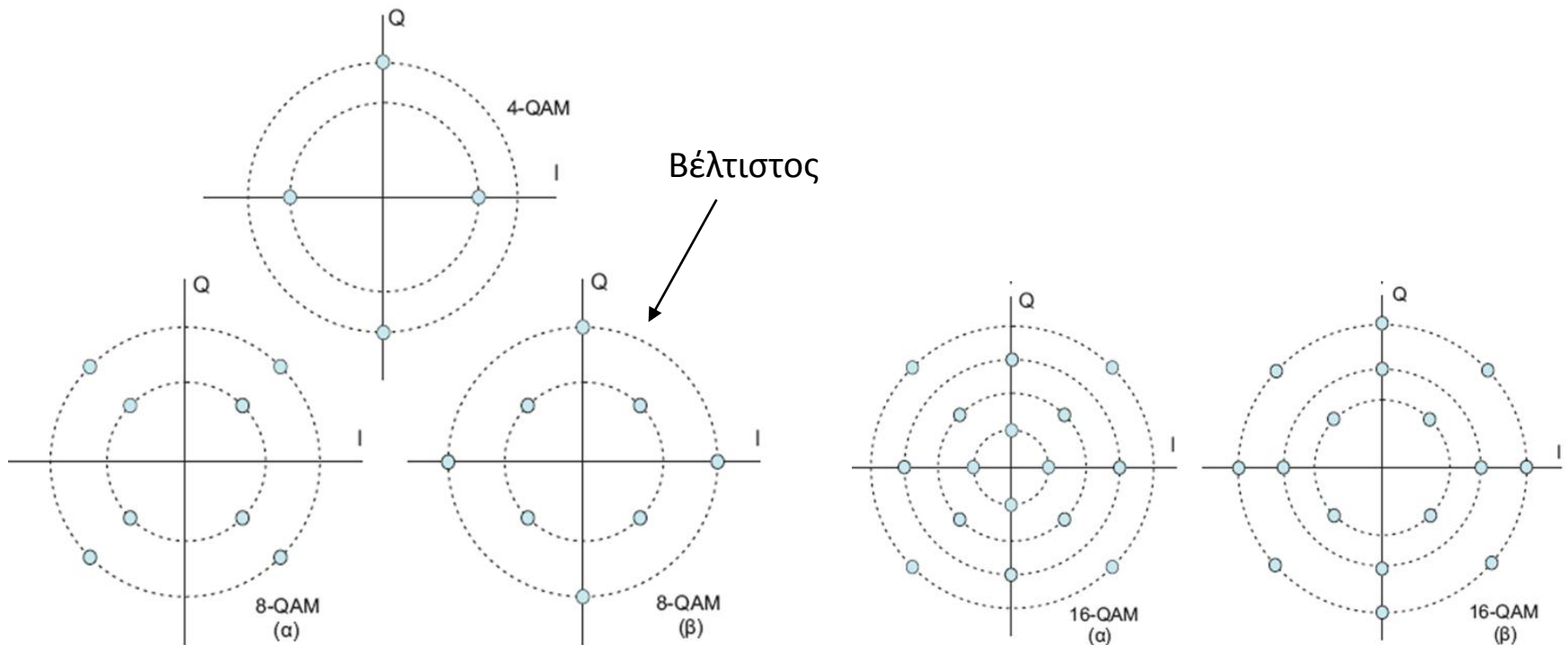
- Οι ορθογώνιοι αστερισμοί αν και -συγκρινόμενοι με τους μη-ορθογώνιους γενικά παρουσιάζουν χειρότερες επιδόσεις (για  $M > 16$ ), χρησιμοποιούνται πολύ συχνά στην πράξη αφού έχουν το πλεονέκτημα της εύκολης διαμόρφωσης και αποδιαμόρφωσης.
- Οι ορθογώνιοι αστερισμοί με  $K$  άρτιο αριθμό ονομάζονται τετραγωνικοί (squared).



# Ορθογώνιοι αστερισμοί QAM (2)

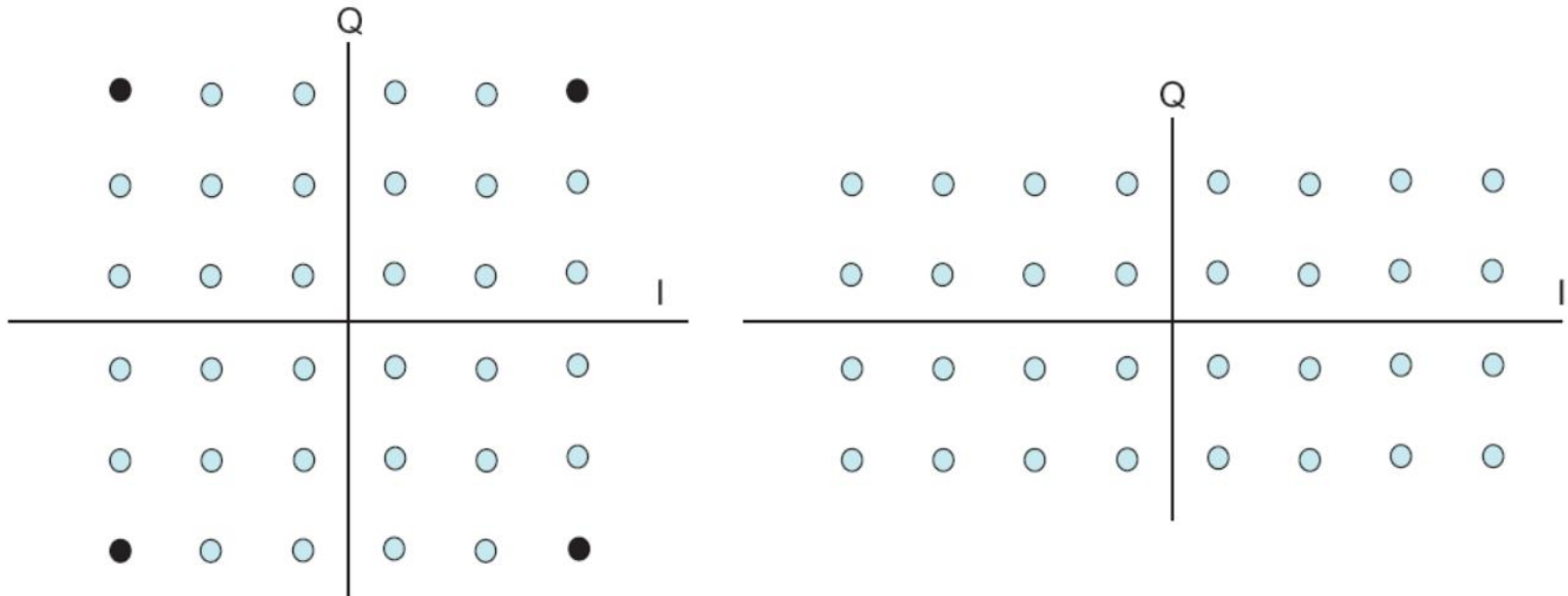


# Μη-Ορθογώνιοι αστερισμοί QAM





# Αστερισμοί 32-QAM



# Πιθανότητα σφάλματος QAM (1)

- Για την περίπτωση του τετραγωνικού M-QAM (δηλαδή όταν το M είναι άρτιο) η πιθανότητα σωστής απόφασης θα είναι:

$$P_c = (1 - P_{\sqrt{M}})^2 \quad P_{\sqrt{M}} = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q \left( \sqrt{\frac{3}{M-1} \frac{\mathcal{E}_s}{N_0}} \right)$$

- Η πιθανότητα σφάλματος συμβόλου θα είναι:

$$P_s = 1 - P_c = 1 - (1 - P_{\sqrt{M}})^2$$

- Γενική σχέση που περιλαμβάνει όλες τις περιπτώσεις των ορθογώνιων αστερισμών (τετραγωνικών και μη) όταν  $M > 4$ :

$$P_s \leq 1 - \left[ 1 - 2Q \left( \sqrt{\frac{3K}{M-1} \frac{\mathcal{E}_s}{N_0}} \right) \right]^2 \leq 4Q \left( \sqrt{\frac{3K}{M-1} \frac{\mathcal{E}_b}{N_0}} \right)$$



# Πιθανότητα σφάλματος QAM (2)

- Για τους μη-τετραγωνικούς ορθογώνιους αστερισμούς είναι δυσκολότερη η εύρεση της ακριβούς πιθανότητας σφάλματος συμβόλου, ενώ η πιθανότητα σφάλματος bit εξαρτάται από την αντιστοίχιση των bits σε σύμβολα στον αστερισμό (κώδικας Gray δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε όλες τις περιπτώσεις).
- Στη γενική περίπτωση των μη-ορθογώνιων αστερισμών δεν μπορεί να υπάρξει μια γενική σχέση για την πιθανότητα σφάλματος συμβόλου, αφού αυτή εξαρτάται από την ιδιαίτερη τοποθέτηση των σημείων στον αστερισμό. Όμως, ένα άνω όριο είναι:

$$P_s < (M - 1)Q \left( \frac{d_{\min}}{\sqrt{2N_0}} \right)$$



# Πιθανότητα σφάλματος (2x4)-QAM

$$P_c = (1 - P_4)(1 - P_2)$$

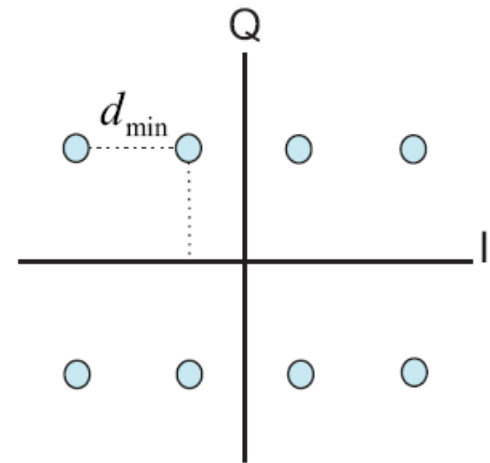
$$P_4 = \frac{3}{2}Q \left( \frac{d_{\min}}{\sqrt{2N_0}} \right)$$

$$P_2 = Q \left( \frac{2d_{\min}}{\sqrt{2N_0}} \right)$$

$$\begin{aligned} P_{s(8-QAM)} &= 1 - P_c = P_4 + P_2 - P_4P_2 \\ &= \frac{5}{2}Q \left( \frac{d_{\min}}{\sqrt{2N_0}} \right) - \frac{3}{2}Q^2 \left( \frac{d_{\min}}{\sqrt{2N_0}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_s &= \frac{1}{8} \left[ 4 \left\{ \left( \frac{3}{2}d_{\min} \right)^2 + d_{\min}^2 \right\} + 4 \left\{ \left( \frac{1}{2}d_{\min} \right)^2 + d_{\min}^2 \right\} \right] \Rightarrow d_{\min} = \frac{2\sqrt{\mathcal{E}_{av}}}{3} \\ &= \frac{9}{4}d_{\min}^2, \end{aligned}$$

$$P_{s(8-QAM)} = \frac{5}{2}Q \left( \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{N_0}} \right) - \frac{3}{2}Q^2 \left( \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{N_0}} \right)$$



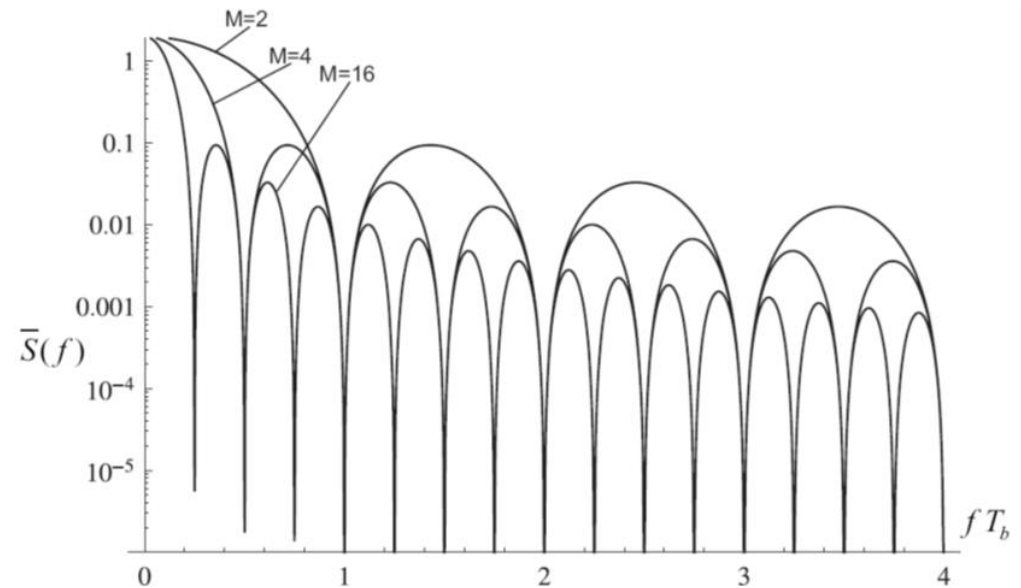
# Φασματική Πυκνότητα Ισχύος QAM

**M-PSK**

$$\bar{S}(f) = 2\mathcal{E}_s \text{sinc}^2 fT = 2\mathcal{E}_s \text{sinc}^2 fKT_b,$$

**M-QAM**

$$\bar{S}(f) = 2\mathcal{E}_{av} \text{sinc}^2 fT = 2\mathcal{E}_{av} \text{sinc}^2 fKT_b$$



# Εφαρμογές QAM

- Συστήματα κινητών επικοινωνιών EGPRS ονομαζόμενα και EDGE ή IMT Single Carrier (IMT-SC).
- Συστήματα κινητών επικοινωνιών 3ης γενιάς 3G, UMTS, WCDMA, HSDPA.
- Σε διάφορους τύπους modems: [V90, 56 Kbps, 1024-QAM], [V34, 33.6 Kbps, 1024-QAM] , [V33, 14.4 Kbps, 32-QAM] , κ.λ.π.
- Ασύρματα τοπικά δίκτυα ( Wireless LANs ) σύμφωνα με τα πρότυπα 802.11b και 802.11g.
- Δορυφορικές επικοινωνίες.
- Σε βιομετρικά διαβατήρια, πιστωτικές κάρτες και γενικά σε συστήματα αναγνώρισης με χρήση ραδιοσυχνοτήτων ( Radio-frequency identification-RFID ).
- Στο σύστημα ασύρματης επικοινωνίας Bluetooth 2.
- Στα συστήματα επίγειας και δορυφορικής ψηφιακής τηλεόρασης ( DVB-T, DVB-RCS ).
- Στα συστήματα ασύρματης επικοινωνίας WiMAX .



# Διαμόρφωση ολίσθησης συχνότητας (Frequency Shift Keying-FSK)

Ψηφιακή εκδοχή του αναλογικού FM

$$s_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_i t + \theta_i), & t \in [0, T] \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}, i = 1, 2, \dots, M$$

- Οι συχνότητες

$$f_i = \frac{k_i}{T}$$

- Η Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των συχνοτήτων,

$$\Delta f_{i_1, i_2} = |f_{i_1} - f_{i_2}| = \frac{|k_{i_1} - k_{i_2}|}{T} = \frac{k}{T}$$

όπου  $k = |k_{i_1} - k_{i_2}|$  είναι ακέραιος.

- Οι φάσεις,  $\theta_i$ , οι οποίες θεωρούνται ότι είναι γνωστές ή άγνωστες στο δέκτη, ανάλογα αν χρησιμοποιείται σύμφωνη ή ασύμφωνη ανίχνευση.

$$\mathcal{E}_s = \int_0^T |s_i(t)|^2 dt.$$

M διαστάσεις

$$\phi_i(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_i t + \theta_i)$$



# Binary Frequency Shift Keying-BFSK (1)

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{T}} \cos(2\pi f_1 t + \theta_1)$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{T}} \cos(2\pi f_2 t + \theta_2)$$

Ασύμφωνη  
εκπομπή

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{T}} \cos(2\pi f_1 t + \theta)$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{T}} \cos(2\pi f_2 t + \theta)$$

Σύμφωνη  
εκπομπή

$$\langle s_1(t), s_2(t) \rangle = \int_0^T s_1(t) s_2(t) dt = 0$$

$$2\pi(f_1 + f_2)T = n\pi \text{ και } 2\pi(f_1 - f_2)T = m\pi.$$

$$f_1 = \frac{n+m}{4T} \text{ και } f_2 = \frac{n-m}{4T}$$



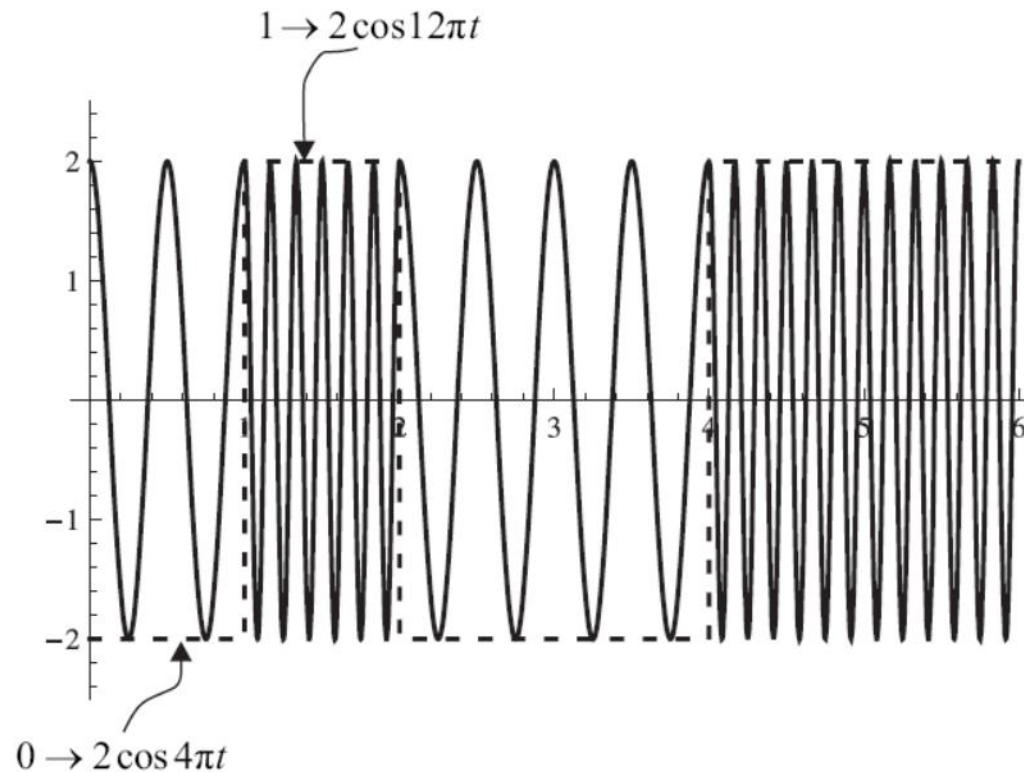
# Binary Frequency Shift Keying-BFSK (2)

$$\mathbf{a} = \{010011\}$$

$$f_1 = 2 \text{ Hz}, f_2 = 6 \text{ Hz}, \theta_1 = \theta_2 = 0, T = 1 \text{ και } \mathcal{E}_s = 2.$$

$$\Delta f = 4.$$

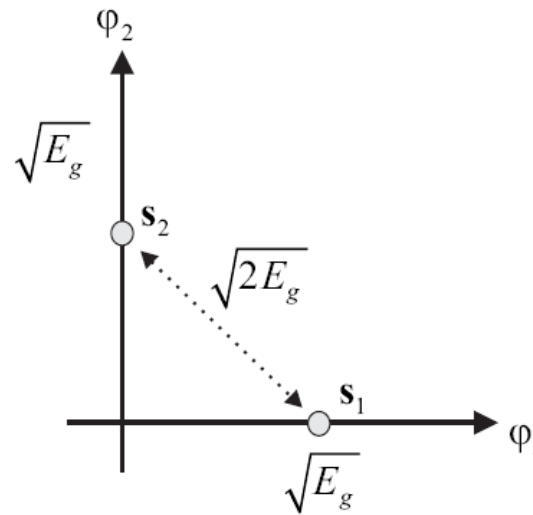
$$0 \rightarrow 2 \cos 4\pi t, 1 \rightarrow 2 \cos 12\pi t$$



# Αστερισμός BFSK ασύμφωνης εκπομπής

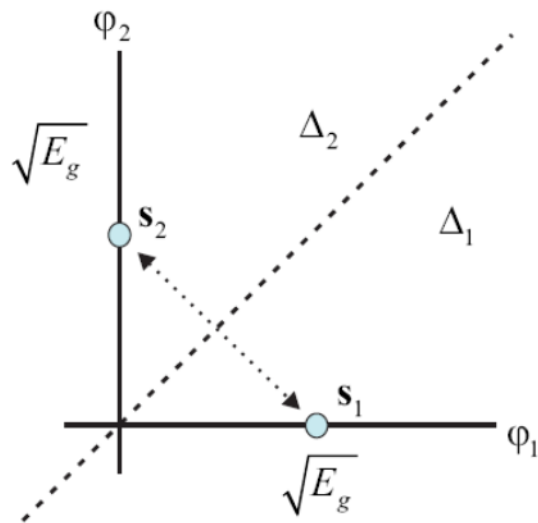
$$\phi_1(t) = \cos(2\pi f_1 t + \theta_1) \text{ και } \phi_2(t) = \cos(2\pi f_2 t + \theta_2)$$

$$\begin{aligned} s_1(t) &= \sqrt{\mathcal{E}_g} \times \phi_1(t) + 0 \times \phi_2(t) \\ s_2(t) &= 0 \times \phi_1(t) + \sqrt{\mathcal{E}_g} \times \phi_2(t) \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{s}_1 = \{\sqrt{\mathcal{E}_g}, 0\}, \quad \mathbf{s}_2 = \{0, \sqrt{\mathcal{E}_g}\}$$



# Ανίχνευση – Πιθανότητα Σφάλματος BFSK

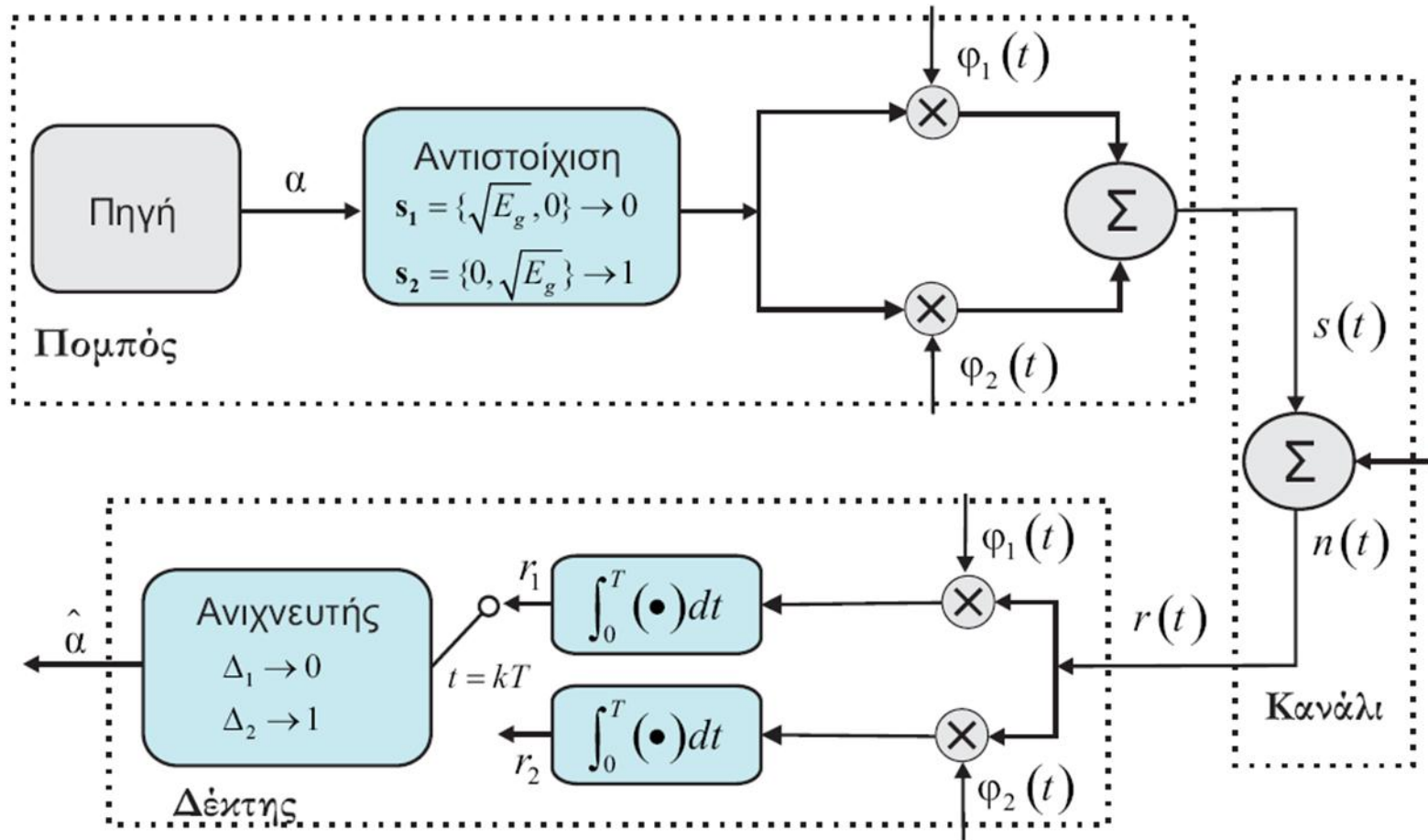
$$\Delta_1 : \{r_1 \geq r_2\}, \quad \Delta_2 : \{r_1 < r_2\}.$$



$$P_{b,BFSK} = P_{b,BPPM} = Q\left(\sqrt{\frac{\mathcal{E}_b}{N_0}}\right)$$



# Πομπός – Δέκτης BFSK



# Κριτήρια επιλογής τεχνικών ψηφιακής διαμόρφωσης (1)

- Αποδοτικότητα Ισχύος (Power Efficiency): Το μέσο SNR που απαιτείται για την επίτευξη συγκεκριμένης επίδοσης σφάλματος (συνήθως  $10^{-6}$ )

M	M-PSK	M-QAM
2	10.6	-
4	13.6	13.6
8	18.5	17.6
16	24.3	20.5
32	31.5	24.4
64	36.5	26.6

$$\frac{\mathcal{E}_s}{N_0} (\text{dB}), P_s = 10^{-6}$$

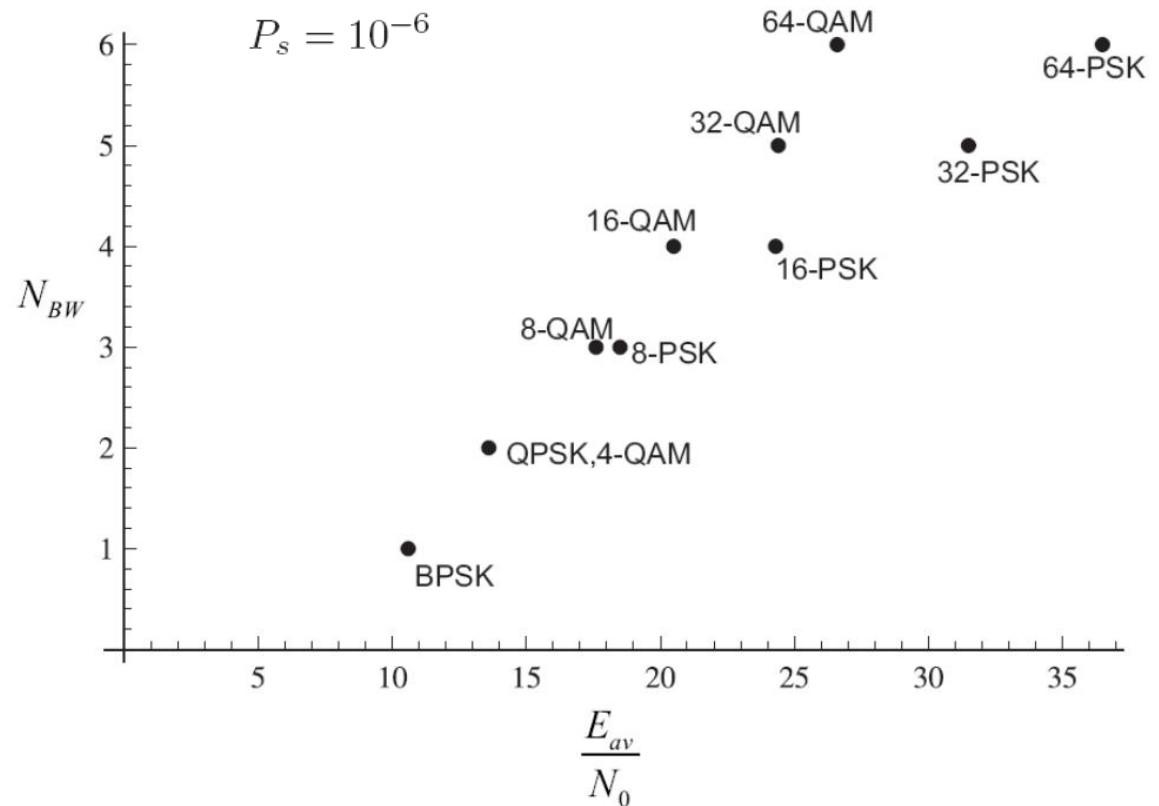


# Κριτήρια επιλογής τεχνικών ψηφιακής διαμόρφωσης (2)

**Φασματική αποδοτικότητα**

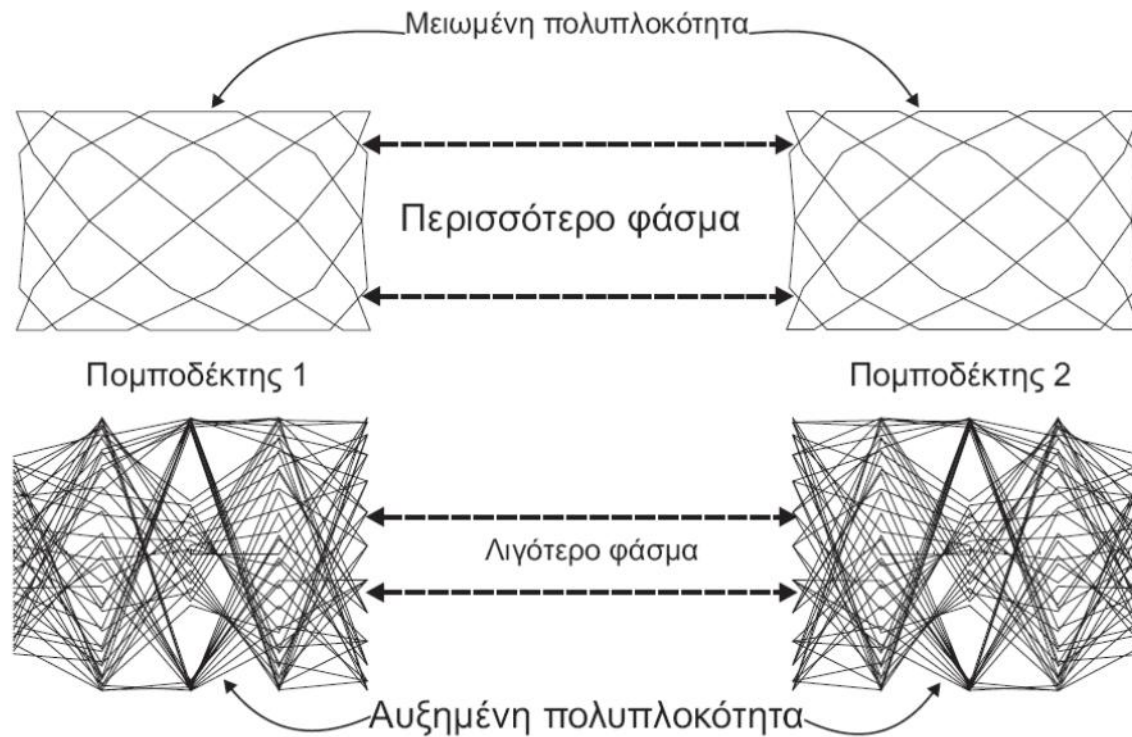
**Spectral Efficiency**

$$N_{BW} = \frac{R}{W} = \log_2 M \text{ b/s/Hz.}$$



# Κριτήρια επιλογής τεχνικών ψηφιακής διαμόρφωσης (3)

## Πολυπλοκότητα Υλοποίησης



Τέλος Ενότητας

Ψηφιακή Διαμόρφωση  
Μέρος Β



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:

- Έκδοση διαθέσιμη [εδώ](#).



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών,  
Μαθιόπουλος Παναγιώτης 2015. Παναγιώτης Μαθιόπουλος.«Ψηφιακές  
Επικοινωνίες, Ψηφιακή Διαμόρφωση». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο  
από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://opencourses.uoa.gr/courses/DI38>.



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

"Η δομή και οργάνωση της παρουσίασης, καθώς και το υπόλοιπο περιεχόμενο, αποτελούν πνευματική ιδιοκτησία του συγγραφέα και του Πανεπιστημίου Αθηνών και διατίθενται με άδεια Creative Commons Αναφορά Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή Έκδοση 4.0 ή μεταγενέστερη.

Οι Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/φωτογραφίες που περιέχονται στην παρουσίαση αποτελούν πνευματική ιδιοκτησία τρίτων.

- Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα, Γ. Κ. Καραγιαννίδης, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΖΙΟΛΑ, 2η Έκδοση, 2010
- Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα, J. Proakis και M. Salehi, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΕΩΣ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΕΩΣ ΤΗΣ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΣ ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ, 2003

Απαγορεύεται η αναπαραγωγή, αναδημοσίευση και διάθεσή τους στο κοινό με οποιονδήποτε τρόπο χωρίς τη λήψη άδειας από τους δικαιούχους. "

