



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

Συστήματα Επικοινωνιών

Ενότητα 3: Αποδιαμόρφωση

Σαγκριώτης Εμμανουήλ

Σχολή Θετικών Επιστημών

Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών

Σκοποί ενότητας

1. Γνωριμία με τις τεχνικές δημιουργίας διακριτού καναλιού.
2. Γνωριμία με τεχνικές ελαχιστοποίησης της επίδρασης του θορύβου στην αξιοπιστία του διακριτού καναλιού.
3. Δυνατότητα αξιολόγησης των ψηφιακών συστημάτων M-PAM, M-PSK, M-QAM, M-FSK



Περιεχόμενα ενότητας

1. Δημιουργίας διακριτού καναλιού με τη χρήση φυσικού καναλιού και παλμοσειρών ή κυματοσειρών.
2. Προσδιορίζεται η κρουστική απόκριση του βέλτιστου φίλτρου στην έξοδο του καναλιού για τη μέτρηση πλάτους κυματομορφής παρουσία AWG θορύβου.
3. Αναλύονται οι επιδόσεις των συστημάτων M-PAM, M-PSK, M-QAM, M-FSK.



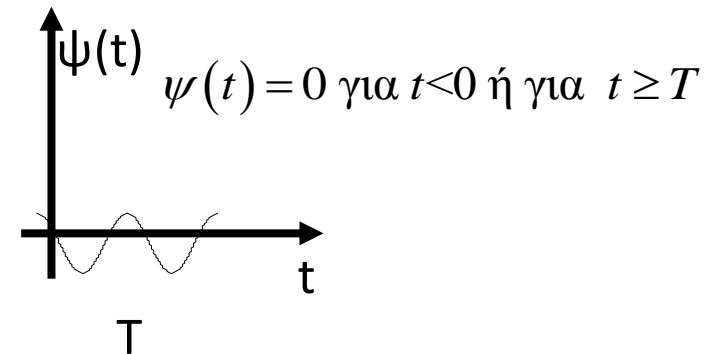
Ενότητα 3

Αποδιαμόρφωση (Demodulation)

Μέσα από τα Φυσικά κανάλια είναι αδύνατον να διαβιβαστούν απευθείας αριθμοί!

Η διαβίβαση των αριθμών μέσα από τα φυσικά κανάλια γίνεται έμμεσα με τη βοήθεια των κυματομορφών.

Για παράδειγμα επιλέγουμε τη βασική κυματομορφή $\psi(t)$ με πεπερασμένη διάρκεια T , η οποία παρουσιάζει τα εξής χαρακτηριστικά:



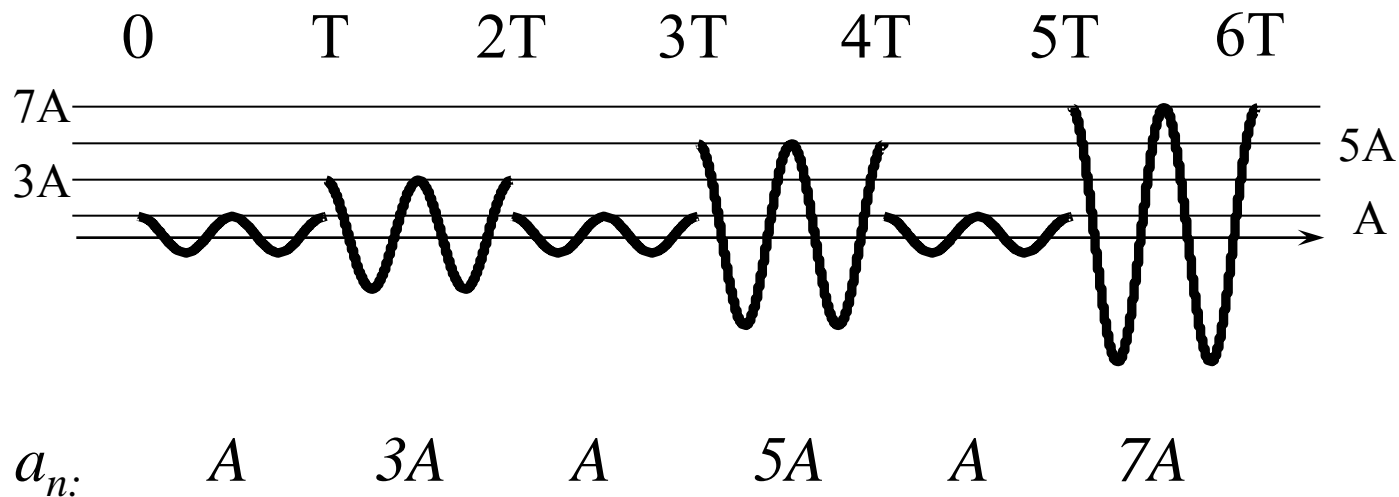
1. Μπορεί να διέλθει από το φυσικό κανάλι με μικρή παραμόρφωση, ή ακόμα και χωρίς παραμόρφωση.
2. Η ενέργειά της είναι μονάδα.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt = \int_0^T |\psi(t)|^2 dt = 1$$



Χρησιμοποιώντας τη βασική κυματομορφή $\psi(t)$ και ολισθημένα αντίγραφα της κατασκευάζουμε την κυματοσειρά:

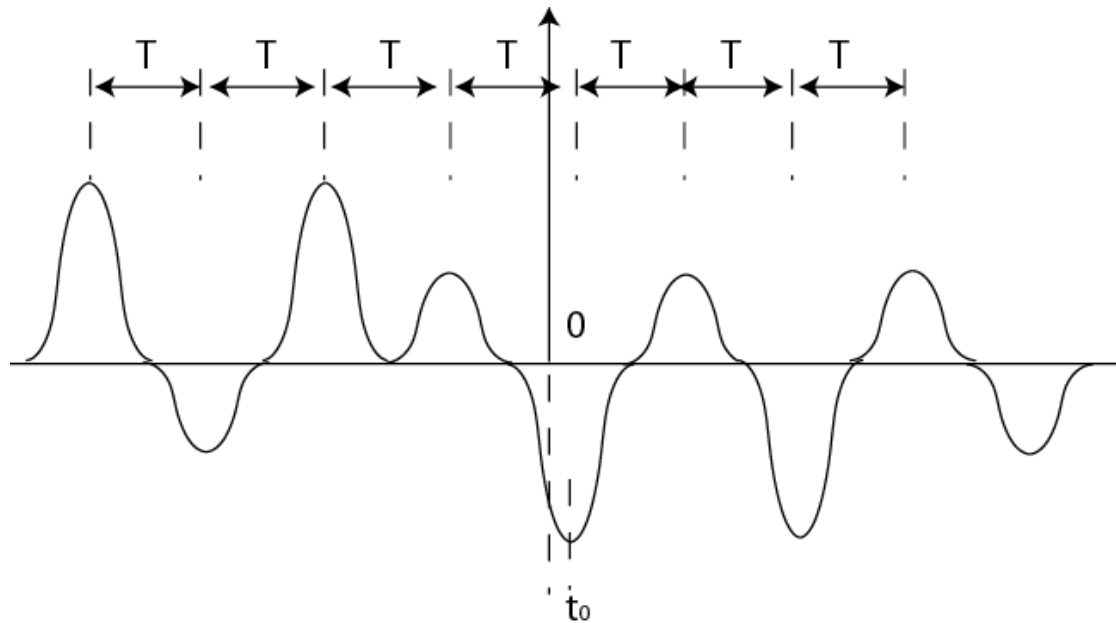
ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΟ ΚΥΜΑΤΟΣΕΙΡΑΣ ΤΕΤΡΑΔΙΚΟΥ ASK



$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \psi(t - nT) \quad a_n \in \{A, 3A, 5A, 7A\}$$



ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΟ ΚΥΜΑΤΟΣΕΙΡΑΣ ΤΕΤΡΑΔΙΚΟΥ ΡΑΜ



$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n p(t - nT - t_0) \quad a_n \in \{-3A, -A, A, 3A\}$$



ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΓΝΩΣΤΗΣ ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΗΣ

ΠΑΡΟΥΣΙΑ AWG ΘΟΡΥΒΟΥ

Στο δέκτη κατά την n -στη περίοδο σηματοδοσίας γίνεται επεξεργασία του τμήματος της κυματοσειράς που αντιστοιχεί στην n -στη ολίσθηση της κυματομορφής

$$s(t) = a_n \psi [t - nT], nT \leq t < (n + 1)T$$

στο σήμα αυτό έχει προστεθεί και ο θόρυβος του καναλιού, που είναι AWG θόρυβος $n(t)$ με μέση τιμή μηδέν και PSD $G_n(f)$

$$G_n(f) = N_0/2$$

Στο δέκτη δηλαδή φθάνει το σήμα $r(t)$

$$r(t) = a_n \psi [t - nT] + n(t), \quad nT \leq t < (n + 1)T$$



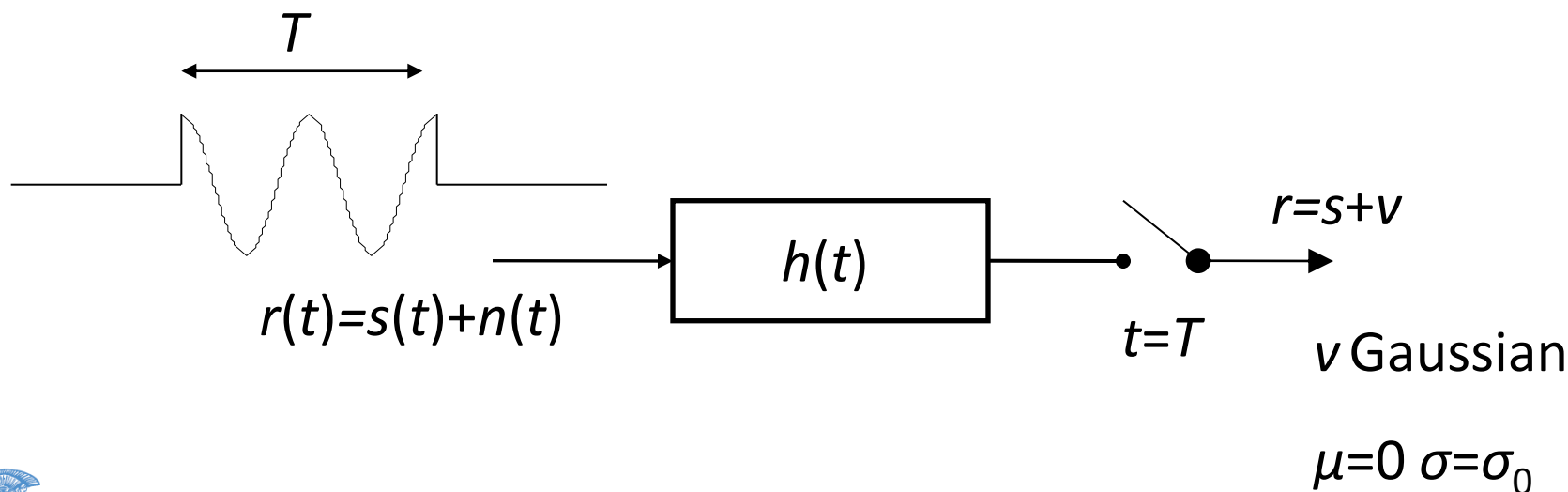
Στη διαβίβαση διακριτών δεδομένων είναι χαρακτηριστικό ότι ο δέκτης γνωρίζει επακριβώς την βασική κυματομορφή $\psi(t)$, η οποία είναι ένα αιτιατό σήμα και απαιτείται μόνο να προσδιορίσει την τυχαία μεταβλητή a_n στην οποία ο πομπός έχει αποτυπώσει την πληροφορία.

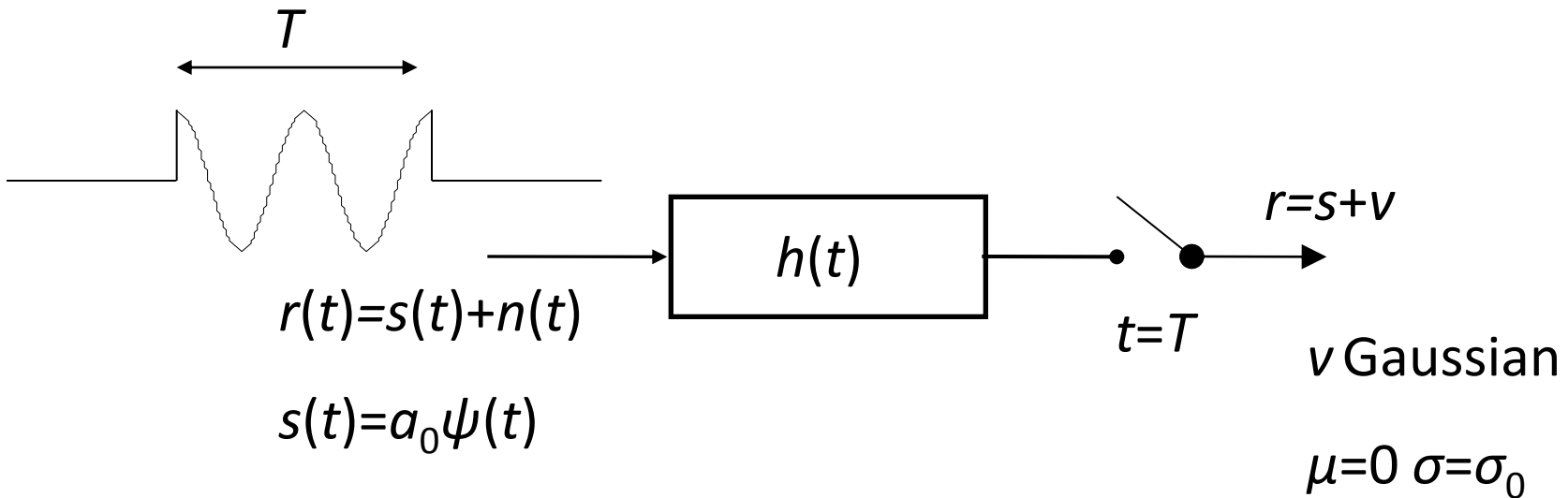
Τη διαδικασία αυτή του προσδιορισμού της a_n για κάθε περίοδο σηματοδοσίας από το λαμβανόμενο ενθόρυβο σήμα $r(t)$ καλούμε αποδιαμόρφωση (demodulation) του σήματος της κυματοσειράς.



Για τη διαδικασία της αποδιαμόρφωσης χρησιμοποιείται φίλτρο για την εξουδετέρωση κατά το δυνατόν της επίδρασης του θορύβου στην ακρίβεια μέτρησης της a_n .

Έστω $h(t)$ η κρουστική απόκριση του φίλτρου. (Απόκριση Συχνότητας $H(f)$). Θεωρώντας τη διαδικασία αποδιαμόρφωσης για $n=0$, ισχύει $s(t)=a_0\psi(t) + n(t)$ για $0 \leq t < T$.





Δειγματοληπτώντας την έξοδο του φίλτρου στο τέλος της διάρκειας επεξεργασίας, δηλαδή τη χρονική στιγμή $t=T$ λαμβάνουμε το δείγμα r .

Επειδή το φίλτρο είναι γραμμικό το δείγμα r θα αποτελείται από δύο συνιστώσες, δηλαδή $r = s + v$. Οι συνιστώσες αυτές:

v : Είναι η έξοδος του φίλτρου που οφείλεται μόνο στον θόρυβο $n(t)$.

s : Είναι η έξοδος του φίλτρου που οφείλεται στο σήμα $a_0 \psi(t)$.



Σύμφωνα με τις ιδιότητες του Gaussian θορύβου θα ισχύει ότι η v είναι μία τυχαία μεταβλητή, με κατανομή Gaussian και μέση τιμή μηδέν.

Από τις γνώσεις μας για τα σήματα ισχύος γνωρίζουμε ότι η διακύμανση της v , η σ_v^2 θα ισούται:

$$\sigma_v^2 = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \|H(f)\|^2 df = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt$$

Ο δεύτερος προσθετός του r , το s , οφείλεται στο σήμα και είναι η τιμή που θα είχε το r αν δεν υπήρχε θόρυβος. Ισχύει $s = s(t) * h(t) |_{t=T}$, δηλαδή:

$$s = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)s(T-t)dt = a_0 \int_{-\infty}^{\infty} h(t)\psi(T-t)dt$$



ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ

Στο σημείο αυτό τίθεται το ερώτημα:

Ποιο είναι το βέλτιστο φίλτρο για την εφαρμογή αυτή;

Δηλαδή ποια πρέπει να είναι η συνάρτηση $h(t)$ ώστε να ελαχιστοποιηθεί η επίδραση του θορύβου στον προσδιορισμό του s ;

Ισοδύναμα

Ποια πρέπει να είναι η συνάρτηση $h(t)$ ώστε να γίνει μέγιστος ο λόγος

$$\frac{|s|^2}{\sigma^2} = \frac{a_0^2 \left| \int_{-\infty}^{\infty} \psi(T-t)h(t) dt \right|^2}{\frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt}$$



Δηλαδή ποια η $h(t)$ ώστε ο λόγος

$$\frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} \psi(T-t)h(t) dt \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt}$$

να γίνει μέγιστος;



ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΛΥΣΗΣ

Γνωριμία με το μαθηματικό τύπο Cauchy-Schwartz
Για τις μιγαδικές συναρτήσεις $g_1(t)$ και $g_2(t)$ ισχύει.

$$\left\| \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t) g_2(t) dt \right\|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} \|g_1(t)\|^2 dt \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \|g_2(t)\|^2 dt$$

Η ισότητα ισχύει μόνο όταν $g_1(t) = c g_2^*(t)$, c οποιοσδήποτε μιγαδικός αριθμός.

ή αλλιώς

για τις πραγματικές συναρτήσεις $g_1(t)$ και $g_2(t)$ ισχύει.

$$\frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t) g_2(t) dt \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |g_2(t)|^2 dt} \leq \int_{-\infty}^{\infty} |g_1(t)|^2 dt$$

Η ισότητα ισχύει μόνο όταν $g_1(t) = c g_2(t)$, c οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός.



ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Αναζήτηση

Ποια η $h(t)$ ώστε να γίνει
μέγιστος ο λόγος

$$\frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} \psi(T-t)h(t) dt \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt}$$

Τύπος Cauchy-Schwartz

$$\frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t)g_2(t) dt \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |g_2(t)|^2 dt} \leq \int_{-\infty}^{\infty} |g_1(t)|^2 dt$$

Η ισότητα ισχύει μόνο όταν
 $g_1(t)=cg_2(t)$, c οποιοσδήποτε
πραγματικός αριθμός.

Εφαρμόζοντας λοιπόν τον τύπο Cauchy-Schwartz
για $g_1(t)=\psi(T-t)$ και $g_2(t)=h(t)$ προκύπτει:



$$\frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} \psi(T-t)h(t) dt \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt} \leq \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(T-t)|^2 dt$$

Η ισότητα ισχύει μόνο όταν $h(t)=c\psi(T-t)$, c οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός.

Θέτοντας $T-t=z$ προκύπτει εύκολα

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(T-t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(z)|^2 dz = 1$$

δηλαδή

$$\frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} \psi(T-t)h(t) dt \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt} \leq 1$$

Η ισότητα ισχύει μόνο όταν $h(t)=c\psi(T-t)$, c οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός.



Επομένως η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να λάβει το κλάσμα είναι

$$\frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} \psi(T-t)h(t) dt \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt} = 1$$

Η ισότητα ισχύει μόνο όταν $h(t)=c\psi(T-t)$, c οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός, και αυτή είναι η κρουστική απόκριση του βέλτιστου φίλτρου.

Ανακεφαλαιώνοντας λοιπόν, για $h(t)=c\psi(T-t)$,

$$\frac{|s|^2}{\sigma^2} = \frac{2a_0^2}{N_0} \quad \text{και αυτό αποτελεί τη μέγιστη τιμή του λόγου για καθορισμένα } a_0 \text{ και } N_0.$$

Παρατηρείστε ότι αν δεχθούμε $h(t)=\psi(T-t)$, ($c=1$) $\rightarrow s=a_0$, δηλαδή το δείγμα στην έξοδο του φίλτρου, όταν δεν υπάρχει θόρυβος καναλιού, ισούται με την υπό προσδιορισμό μεταβλητή a_0 !



Η σχέση $h(t)=c\psi(T-t)$, που δίνει την κρουστική απόκριση του βέλτιστου φίλτρου, μας δείχνει ότι τελευταίο αυτό είναι προσαρμοσμένο στην γνωστή κυματομορφή $\psi(t)$ του επικοινωνιακού συστήματος.

Για το λόγο αυτό το βέλτιστο φίλτρο στη βιβλιογραφία αναφέρεται και ως *matched* (προσαρμοσμένο) φίλτρο.

Είναι ενδιαφέρον να υπολογιστεί η απόκριση συχνότητας, $H(f)$ του βέλτιστου φίλτρου. Ισχύει:

$$H(f)=F\{h(t)\}=F\{\psi(T-t)\}=Y^*(f)\exp(-j2\pi fT)$$

$$\text{Όπου } Y(f)=F\{\psi(t)\}$$

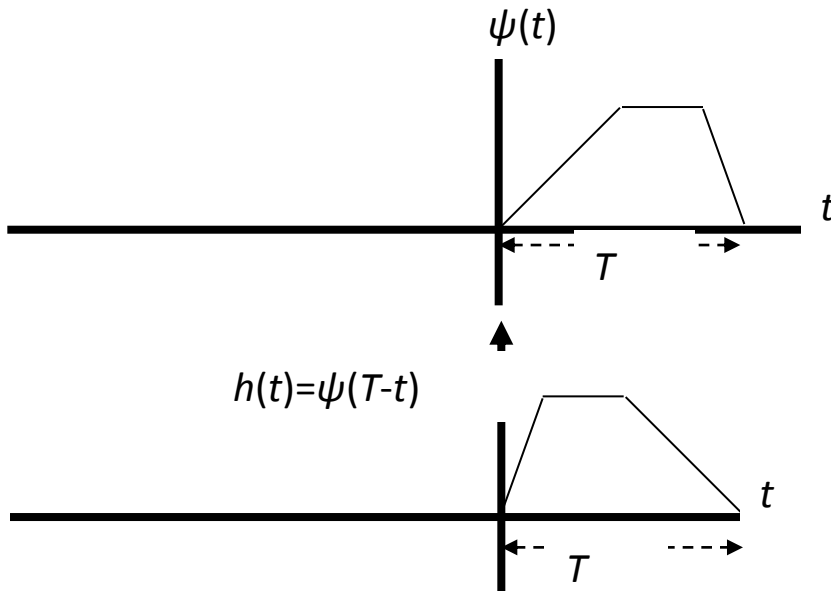


ΜΑΤCHED ΦΙΛΤΡΟ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΟΥ (1/2)

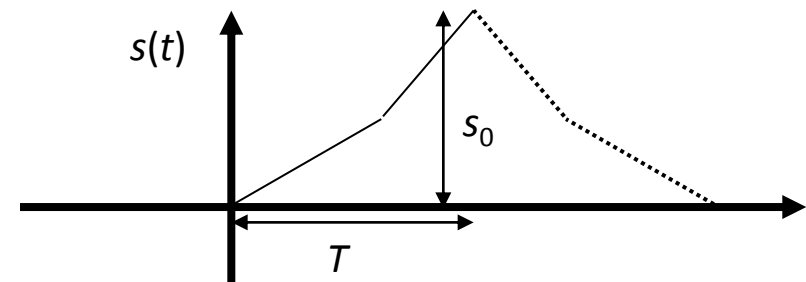
Το βέλτιστο φίλτρο λήψης, λόγω της ομοιότητας που παρουσιάζει η κρουστική του απόκριση με την κυματομορφή λήψης, καλείται και “*Φίλτρο Προσαρμοσμένο (matched) στην Κυματομορφή Σηματοδοσίας*”

Παράδειγμα Κυματομορφής και Προσαρμοσμένου Φίλτρου

$$s_0 = a_0$$



$$s(t) = h(t) * \psi(t)$$



$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$$



ΜΑΤCHED ΦΙΛΤΡΟ ΚΑΙ ΤΡΟΠΟΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΟΥ (2/2)

Φίλτρο Συσχέτισης

Αποδείξαμε ότι το βέλτιστο φίλτρο έχει κρουστική απόκριση $h(t) = \psi(T-t)$, όμως προκύπτει το πρόβλημα: “πώς μπορεί να υλοποιηθεί το φίλτρο αυτό;”

Ας υποθέσουμε ότι στην είσοδο του βέλτιστου φίλτρου, οδηγείται σήμα $x(t)$. Στην έξοδο του φίλτρου τη χρονική στιγμή T θα ληφθεί:

$$x = \int_{-\infty}^{\infty} x(T-t)h(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(T-t)\psi(T-t)dt$$

Αλλάζοντας τη μεταβλητή ολοκλήρωσης σε $z=T-t$

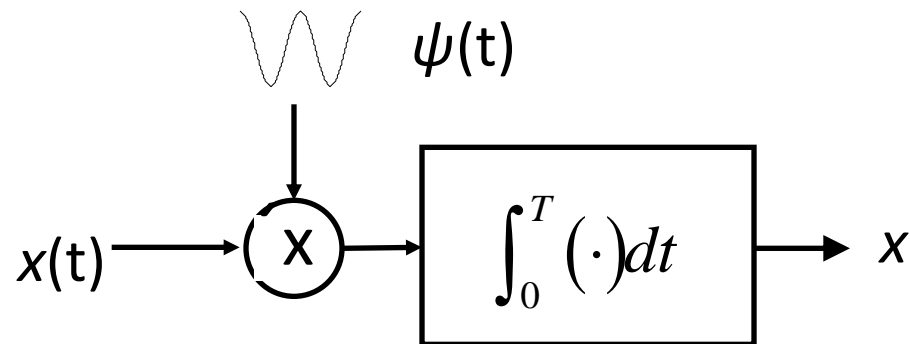


$$x = \int_{-\infty}^{\infty} x(z)\psi(z)dz$$

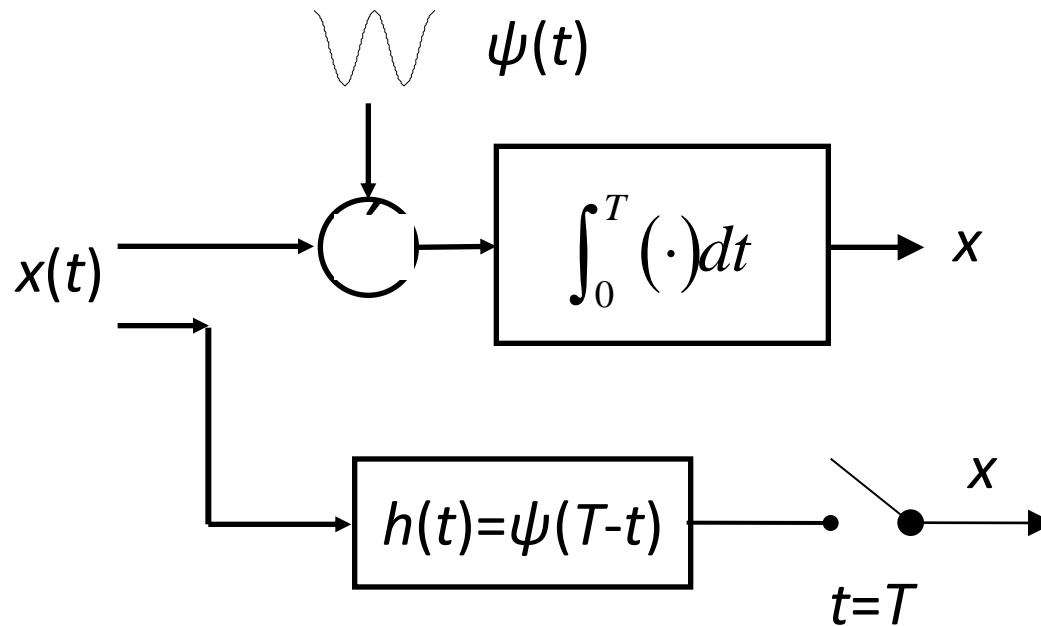
Επειδή όμως η κυματομορφή $\psi(t)$ ισούται με μηδέν εκτός του διαστήματος $[0, T]$

$$x = \int_0^T x(z)\psi(z)dz$$

Η παράσταση όμως που δίνει την x μπορεί να υλοποιηθεί από το πιο κάτω κύκλωμα.



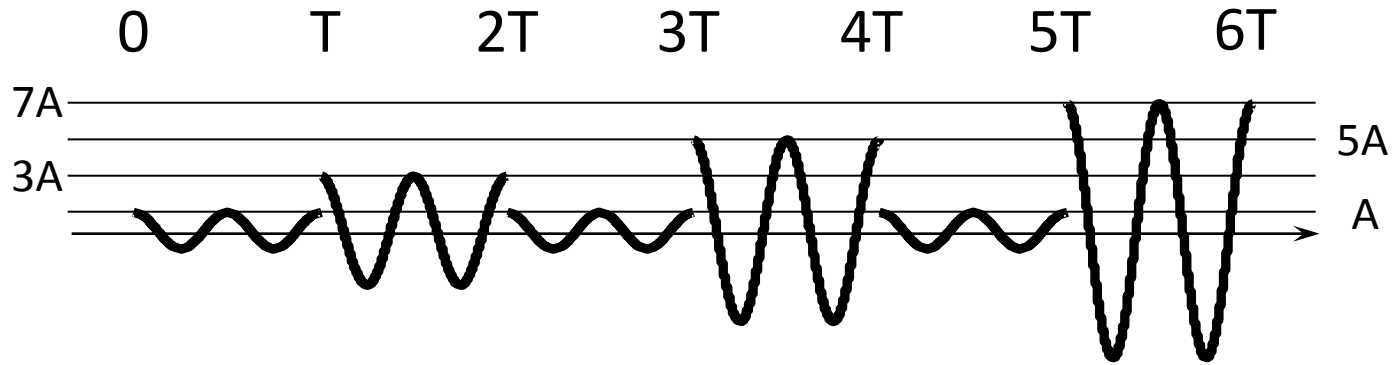
Δηλαδή τα δύο κυκλώματα για το ίδιο σήμα στην είσοδο δίνουν την ίδια ακριβώς έξοδο τη χρονική στιγμή T .



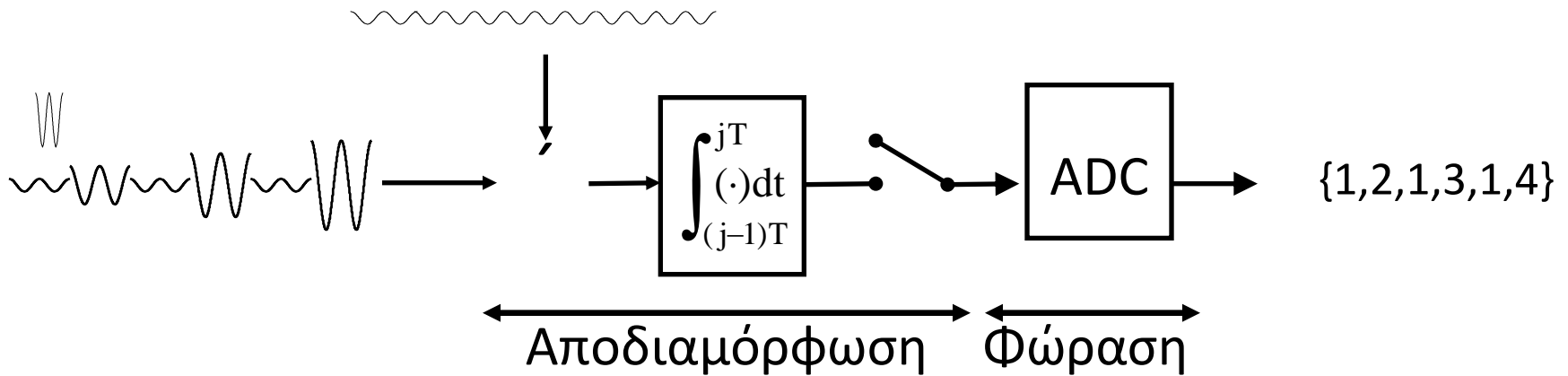
Το κύκλωμα λοιπόν αυτό, μπορεί να υλοποιηθεί με βέλτιστο τρόπο την αποδιαμόρφωση. Από τον τρόπο που έχει κατασκευαστεί καλείται 'Φίλτρο Συσχέτισης'



ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΗΣ ΚΥΜΑΤΟΣΕΙΡΑΣ



ψ_1 κυματομορφή βάσης



ΣΥΜΦΩΝΑ ή ΣΥΧΡΟΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

COHERENT SYSTEMS

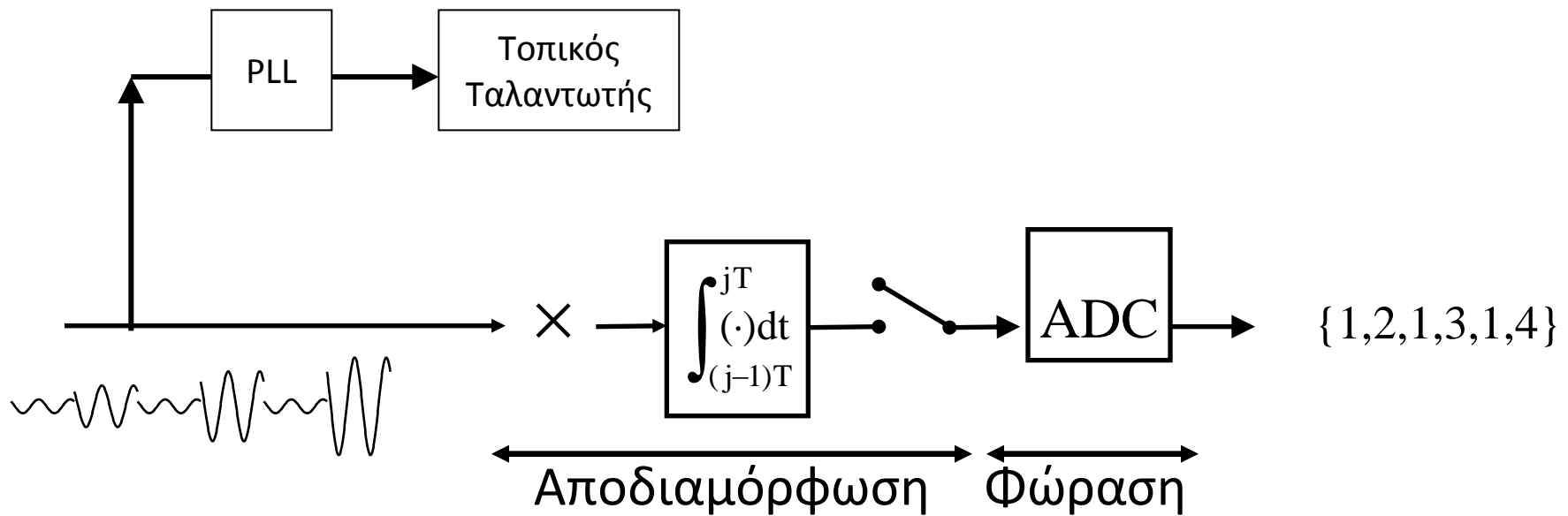
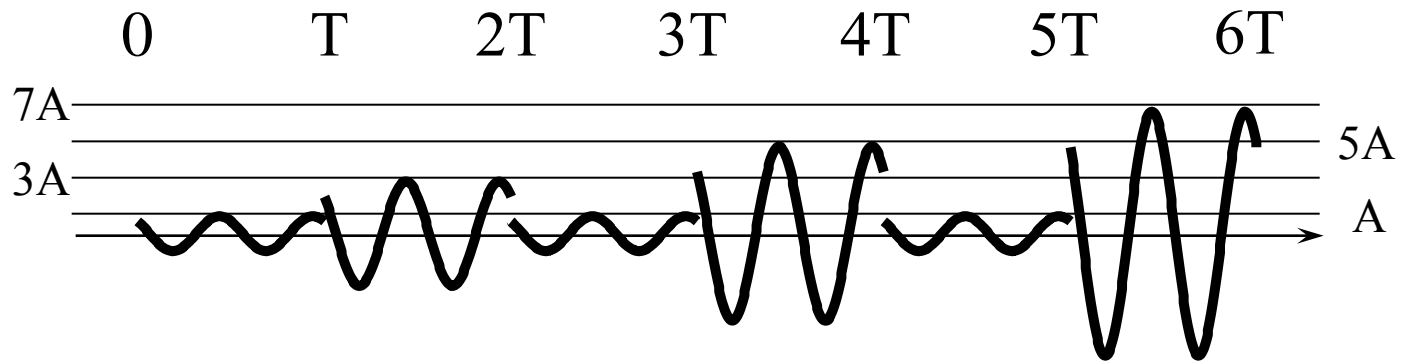
Το φίλτρο συσχέτισης περιλαμβάνει μια λειτουργία γνωστή στις τηλεπικοινωνίες ως “Σύμφωνη Αποδιαμόρφωση” (Coherent Demodulation). Τα συστήματα που χρησιμοποιούν την τεχνική αυτή είναι τα πλέον αποδοτικά ως προς την ισχύ.

Η λειτουργία της Σύμφωνης Αποδιαμόρφωσης παρουσιάζει μια δυσκολία που δεν έγινε φανερή μέχρι τώρα, επειδή δεχθήκαμε ότι οι κυματομορφές διέρχονται από το κανάλι χωρίς καμία αλλαγή!

Στην πράξη όμως μια αρμονική κυματομορφή, όταν διέρθει από ένα κανάλι, αλλάζει η φάση της κατά μια άγνωστη τυχαία ποσότητα ϕ_0 .



ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΗΣ ΚΥΜΑΤΟΣΕΙΡΑΣ



Η ύπαρξη αυτή της φ_0 έχει ως αποτέλεσμα η βασική κυματομορφή στην είσοδο του δέκτη να έχει τη μορφή $\psi(t)=y_0\cos(2\pi f_c t+\varphi_0)$ και επομένως και ο τοπικός ταλαντωτής του δέκτη πρέπει να δίνει ένα σήμα με την ίδια συχνότητα και την ίδια φάση.

Όταν η συμπεριφορά του καναλιού μεταβάλλεται σχετικά αργά, δηλαδή αυτή δεν αλλάζει σημαντικά σε χρόνο που έχει διάρκεια μερικές εκατοντάδες σύμβολα, ο δέκτης χρησιμοποιεί ειδικό ηλεκτρονικό κύκλωμα παρακολούθησης της φάσης, το “*Βρόχο Κλειδώματος της Φάσης*” (*Phase Locked Loop-PLL*).

Στην περίπτωση που το κανάλι αλλάζει συμπεριφορά ταχύτερα χρησιμοποιούνται άλλες τεχνικές προσδιορισμού της φάσης ή ακόμη και υποβέλτιστες τεχνικές αποδιαμόρφωσης.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Η βασική κυματομορφή, $\psi(t)$ σε ένα σύστημα είναι της μορφής

$$\psi(t) = \psi_0 \cos(2\pi f_c t), 0 \leq t \leq T$$

με $1/f_c = T_c \ll T$. Να υπολογίσετε τη σταθερά ψ_0 ώστε η ενέργεια της $\psi(t)$ να είναι μοναδιαία.

Απάντηση

$$E = \int_0^T \psi_0^2 \cos^2(2\pi f_c t) dt = \psi_0^2 \int_0^T \frac{1 + \cos(4\pi f_c t)}{2} dt = \frac{\psi_0^2}{2} \left[T + \int_0^T \cos(4\pi f_c t) dt \right]$$

αλλάζοντας τη μεταβλητή ολοκλήρωσης με $4\pi f_c t = \phi$

$$E = \frac{\psi_0^2}{2} \left[T + \frac{1}{4\pi f_c} \int_0^{4\pi T f_c} \cos(\phi) d\phi \right] = \frac{\psi_0^2 T}{2} \left[1 + \frac{\sin(4\pi f_c T)}{4\pi f_c T} \right]$$

και θέτοντας $f_c = 1/T_c$

$$E = \frac{\psi_0^2 T}{2} \left[1 + \sin c(4T/T_c) \right]$$



Θυμηθείτε ότι για το $\text{sinc}(4f_c T)$ ισχύει:

$$\text{sinc}(4T/T_c) = 0$$

για $4T/T_c = \text{ακέραιος}$, ή για $4T/T_c \gg 1$

οπότε

$$E = \frac{\psi_0^2 T}{2}$$

Για να είναι μοναδιαία η ενέργεια πρέπει λοιπόν να ισχύει

$$\psi_0 = \sqrt{\frac{2}{T}}$$

και η βασική κυματομορφή θα είναι

$$\psi(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t), 0 \leq t \leq T$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Υποθέστε ότι η βασική κυματομορφή φθάνει στο δέκτη με διαφορά φάσης ϕ_0 , οπότε η κυματομορφή $s(t)$

$$s(t) = a_0 \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t + \phi_0), 0 \leq t \leq T$$

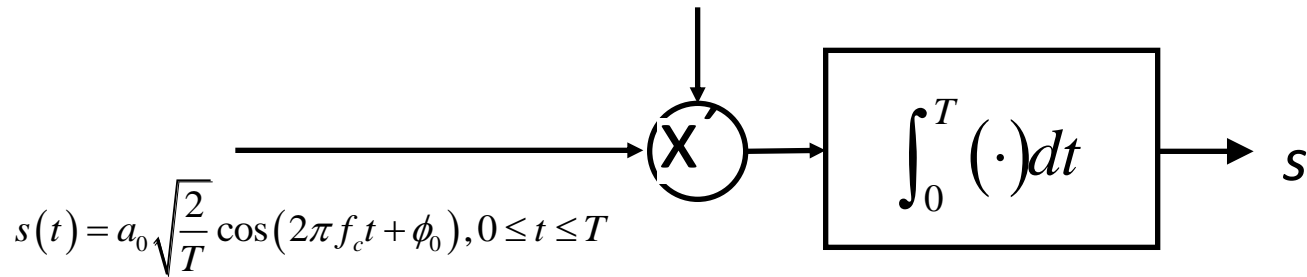
όπου a_0 το διαβιβαζόμενο σύμβολο, ενώ ο τοπικός ταλαντωτής έχει φάση ϕ_L

$$\psi_L(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t + \phi_L), 0 \leq t \leq T$$

Να υπολογίσετε την έξοδο, s , του φίλτρου συσχέτισης.



$$\psi_L(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t + \phi_L), 0 \leq t \leq T$$



$$s = \int_0^T a_0 \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t + \phi_0) \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t + \phi_L) dt$$

$$s = \frac{2a_0}{T} \int_0^T \cos(2\pi f_c t + \phi_0) \cos(2\pi f_c t + \phi_L) dt =$$

$$= \frac{a_0}{T} \left[\int_0^T \cos(\phi_0 - \phi_L) dt + \int_0^T \cos(4\pi f_c t + \phi_0 + \phi_L) dt \right] \Rightarrow$$

$$s = a_0 \cos(\phi_0 - \phi_L)$$

Η τελευταία σχέση δείχνει ότι αν $\phi_0 = \phi_L$ ισχύει $s = a_0$ δηλαδή ισχύει το ίδιο, όπως και στην περίπτωση που δεν είχαμε ολίσθηση φάσης μέσα από το κανάλι. Όταν όμως $\phi_0 - \phi_L$ είναι διάφορο του μηδενός, το $s < a_0$, οπότε το λαμβανόμενο σήμα ελαττώνει την ενέργειά του.



ΕΠΙΔΟΣΕΙΣ ΔΥΑΔΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΣΥΜΒΟΛΑ:

‘ΑΝΤΙΠΟΔΑ’ ΚΑΙ ‘ΟΝ OFF’

Για σύστημα με 2 κυματομορφές, $s_1(t)$ & $s_2(t)$

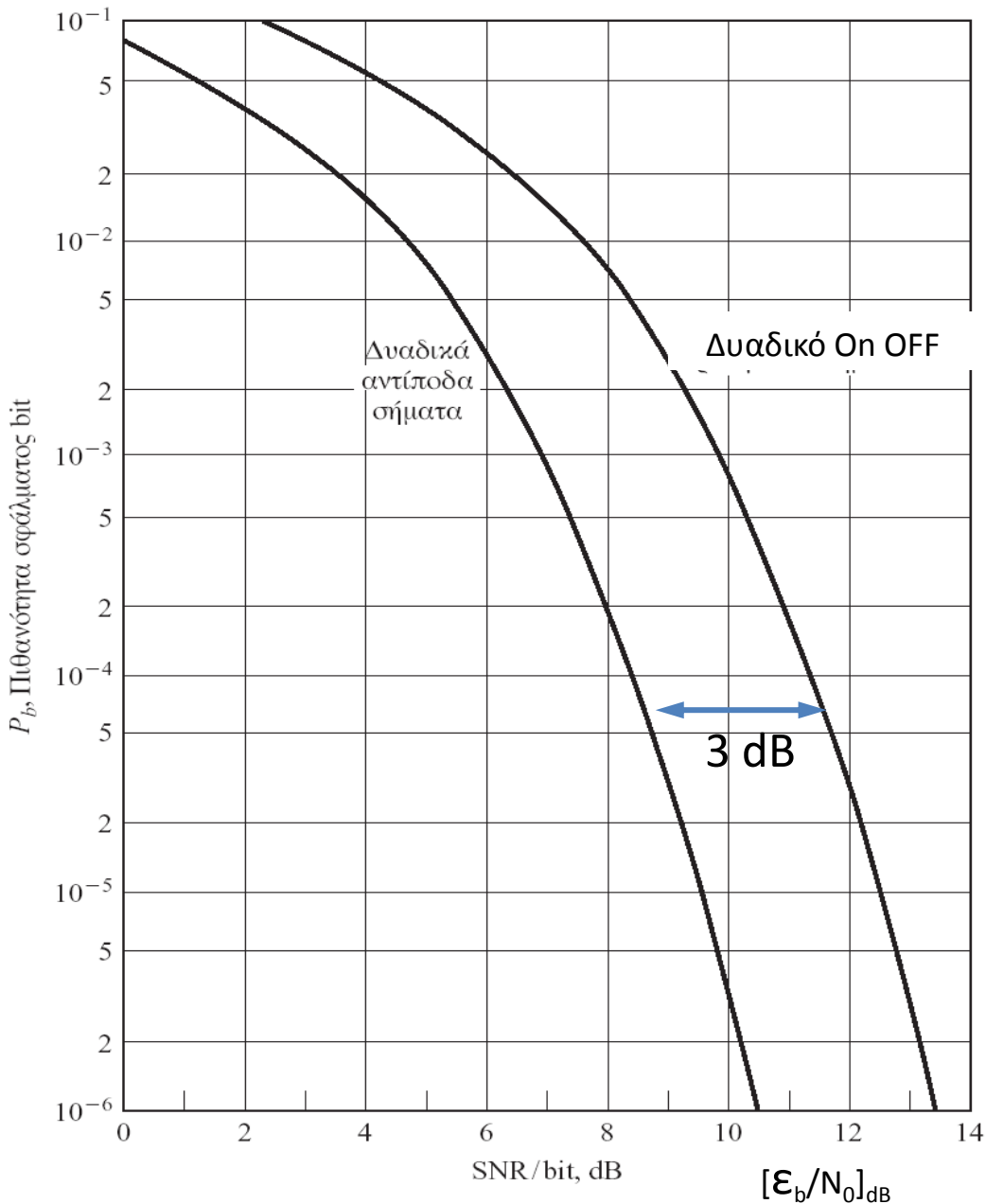
με ενέργειες E_1 & E_2 , ισχύει:

$$\frac{s_i^2}{\sigma^2} = \frac{2E_i}{N_0}, i = 1, 2 \text{ \& } P_e = Q\left(\frac{|s_1 - s_2|}{2\sigma}\right)$$

Για αντίποδα: $s_1 = -s_2 \rightarrow E_1 = E_2 = E_b$ και $P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$

Για ON- OFF: $s_2 = 0$ $E_2 = 0$ και $E_b = E/2$ $P_e = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$





$$P_b = f([\mathcal{E}_b/N_0]_{\text{dB}})$$

Αντίποδα Σύμβολα

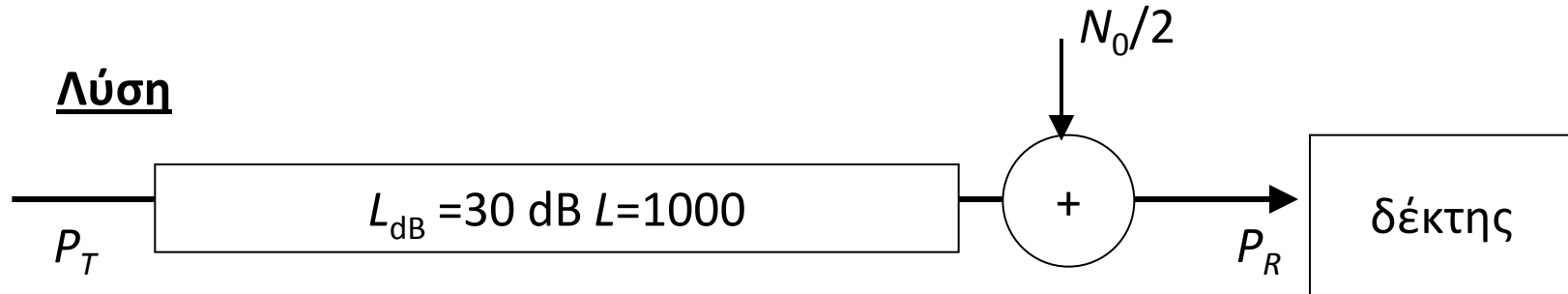
$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

ON- OFF: Σύμβολα

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$



Παράδειγμα Διαθέτουμε ηλεκτρικό κανάλι με απόσβεση $L=30$ dB και AWG θόρυβο με φασματική πυκνότητα θορύβου $N_0/2=10^{-7}$ Watt/Hz. Με βάση το κανάλι αυτό κατασκευάζεται σύστημα διαβίβασης δεδομένων με δύο αντίποδα σύμβολα και πιθανότητα σφάλματος $P_b=10^{-6}$. Αν η ισχύς του πομπού είναι $P_T \leq 20$ Watt να υπολογίσετε τη μέγιστη δυνατή τιμή του ρυθμού διαβίβασης R_{bmax} .



Από το διάγραμμα επιδόσεων των αντίποδων σημάτων προκύπτει ότι για $P_b=10^{-6}$ πρέπει

$$(E_b/N_0)_{\text{dB}} = 10.4 \text{ dB} \rightarrow (E_b/N_0) = 10^{1.04} \rightarrow (E_b/N_0) = 11$$

$$\text{Ισχύει: } P_R = P_T/L \rightarrow P_R \leq 20 \text{ mWatt} \rightarrow E_b R_b = P_R \rightarrow (E_b/N_0) N_0 R_b = P_R$$

$$\text{Οπότε : } R_b = P_R / [(E_b/N_0) N_0] \rightarrow R_b \leq 20 \times 10^{-3} \text{ Watt} / [11 \times 2 \times 10^{-7} \text{ Watt/Hz}]$$

$$R_b \leq 9100 \text{ bits/sec} \rightarrow \underline{R_{bmax} = 9100 \text{ bits/sec}}$$



Την άσκηση αυτή μπορούμε να επιλύσουμε χρησιμοποιώντας τον μαθηματικό τύπο της πιθανότητας σφάλματος για τα αντίποδα σήματα.

Έτσι κρατάμε από την προηγούμενη διαφάνεια ότι $P_R \leq 20 \text{ mWatt}$.

Από τον μαθηματικό τύπο της πιθανότητας σφάλματος για τα αντίποδα σήματα

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

Οπότε

$$(2E_b/N_0) = [Q^{-1}(P_b)]^2 \rightarrow (E_b/N_0) = 0.5 \times [Q^{-1}(10^{-6})]^2$$

Από το διάγραμμα του $Q(k)$ προκύπτει $[Q^{-1}(10^{-6})] = 4.8$

$$\text{Οπότε : } (E_b/N_0) = 0.5 \times [Q^{-1}(10^{-6})]^2 \rightarrow (E_b/N_0) = 11.3$$

$$\text{Ισχύει: } P_R = P_T/L \rightarrow P_R \leq 20 \text{ mWatt} \rightarrow E_b R_b = P_R \rightarrow (E_b/N_0) N_0 R_b = P_R$$

$$\text{Οπότε : } R_b = P_R / [(E_b/N_0) N_0] \rightarrow R_b \leq 20 \times 10^{-3} \text{ Watt} / [11.3 \times 2 \times 10^{-7} \text{ Watt/Hz}]$$

$$R_b \leq 8900 \text{ bits/sec} \rightarrow \underline{R_{b\max} = 8900 \text{ bits/sec}}$$



ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ P_e ΣΕ M-PAM

Αν θεωρήσουμε ότι ο θόρυβος του καναλιού είναι μηδενικός, σε ένα M-PAM οι παλμοί που φθάνουν στο δέκτη είναι όλοι πολλαπλάσια ενός παλμού με μοναδιαία ενέργεια $\psi(t)$.

Οι M διαφορετικοί παλμοί είναι $p_m(t) = A_m \times A \times \psi(t)$

$$A_m = (2m + 1 - M), m = 0, 1, 2, \dots, M - 1$$

Ή πιο αναλυτικά τα M διαφορετικά πλάτη των παλμών είναι πολλαπλάσια του πλάτους $\psi(t)$

$$-(M-1)A, \dots, -3A, -A, A, 3A, \dots, (M-1)A$$



Η πιο αναλυτικά τα M διαφορετικά πλάτη των παλμών είναι πολλαπλάσια του πλάτους $\psi(t)$

$$-(M-1)A, \dots, -3A, -A, A, 3A, \dots, (M-1)A$$

Επομένως (στην περίπτωση που ο θόρυβος του καναλιού είναι μηδέν) μετά την αποδιαμόρφωση η έξοδος θα έχει τιμή s :

$$s = A_m \times A = A_m \times \sqrt{E_g}, \quad A_m = (2m + 1 - M), m = 0, 1, 2, \dots, M - 1$$

όπου E_g είναι η ενέργεια του απόλυτα μικρότερου πλάτους παλμού

Αν ο θόρυβος δεν είναι αμελητέος, τότε στην έξοδο του αποδιαμορφωτή, στην εκάστοτε τιμή του συμβόλου προστίθεται και η Gaussian τυχαία μεταβλητή v , με $\mu=0$ και $\sigma^2 = N_0/2$.



Από τό κεφάλαιο της φώρασης γνωρίζουμε ότι στην περίπτωση του M-PAM η πιθανότητα σφάλματος, $P_e = P_M$ είναι:

$$P_e = P_M = \frac{2(M-1)}{M} Q\left(\frac{A}{\sigma}\right)$$

και αντικαθιστώντας A και σ από την προηγούμενη διαφάνεια

$$P_M = \frac{2(M-1)}{M} Q\left(\sqrt{\frac{2E_g}{N_0}}\right)$$

Ισχύει όμως

$$\varepsilon_{av} = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \varepsilon_m = \frac{\varepsilon_g}{M} \sum_{m=0}^{M-1} (2m+1-M)^2 = \left(\frac{M^2-1}{3}\right) \varepsilon_g$$

Οπότε

$$P_M = \frac{2(M-1)}{M} Q\left(\sqrt{\frac{6\varepsilon_{av}}{(M^2-1)N_0}}\right)$$



Επειδή $E_{av} = \log_2(M)E_{bav}$

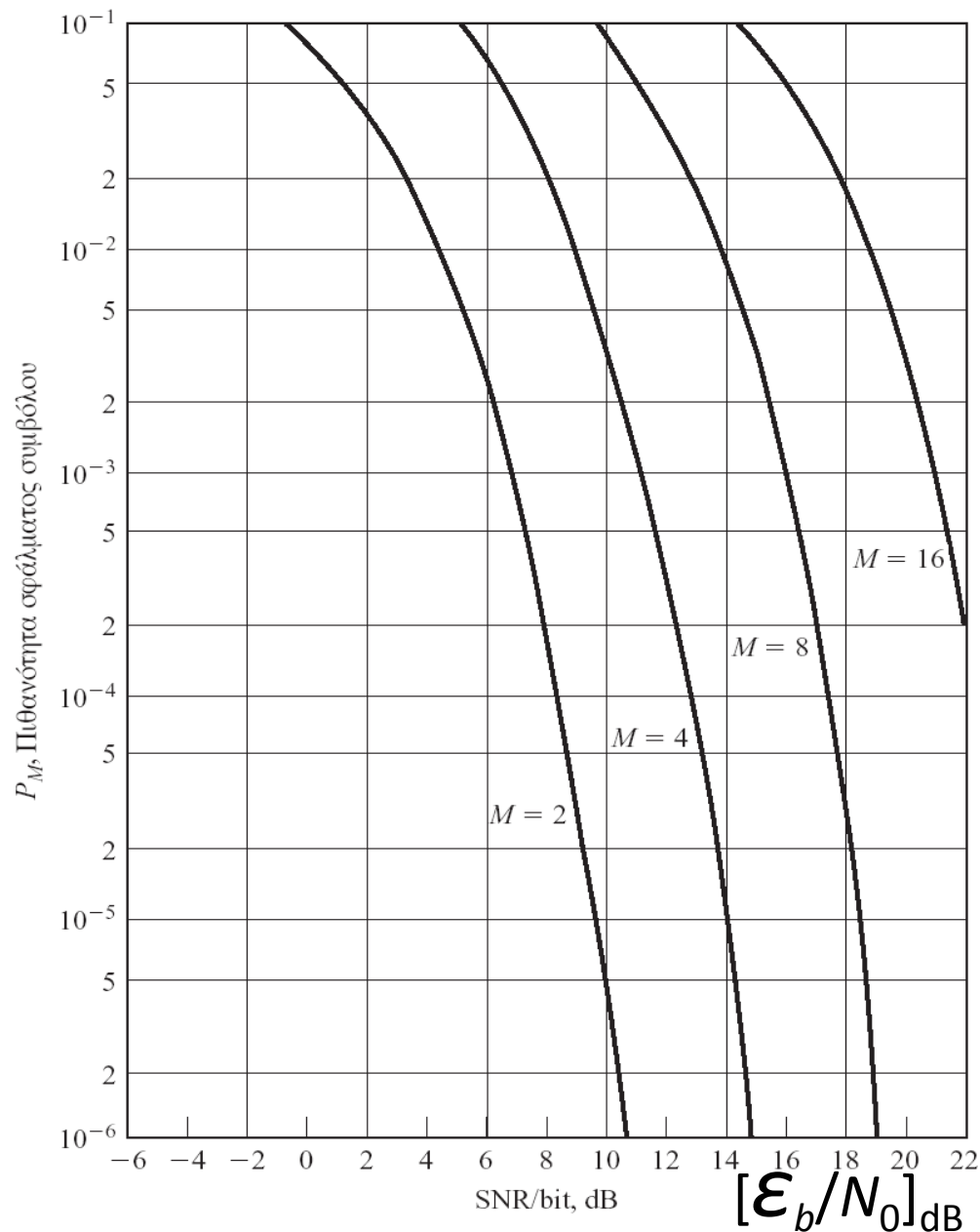
$$P_M = \frac{2(M-1)}{M} Q \left(\sqrt{\frac{6(\log_2 M) \mathcal{E}_{bav}}{(M^2-1)N_0}} \right)$$

Επειδή $P_{av} = \frac{\mathcal{E}_{av}}{T} = \left(\frac{M^2-1}{3} \right) \frac{\mathcal{E}_g}{T}$

Συνεπάρχει:

$$P_M = \frac{2(M-1)}{M} Q \left(\sqrt{\frac{6P_{av}T}{(M^2-1)N_0}} \right)$$





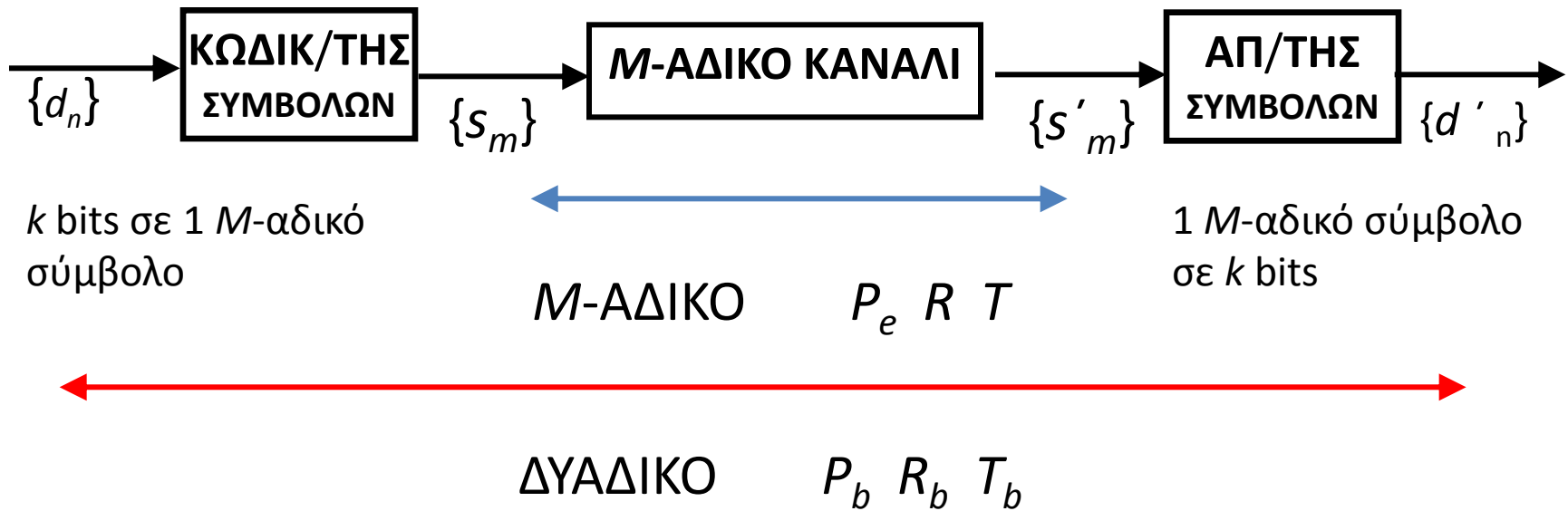
$$P_e = f([\mathcal{E}_b/N_0]_{\text{dB}})$$

για M -αδικα
μονοδιάστατα
σήματα

$$P_M = \frac{2(M-1)}{M} Q \left(\sqrt{\frac{6(\log_2 M) \mathcal{E}_{bav}}{(M^2-1)N_0}} \right)$$



Στο σημείο αυτό πρέπει να αναφέρουμε ότι κάθε M -δικό κανάλι μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την υλοποίηση ενός δυαδικού καναλιού.



Ισχύει πάντα:

$k = \log_2(M)$ οπότε ισχύει επίσης πάντοτε $R_b = kR$ και $T_b = T/k$



Σε ένα M -PAM στη βαθμίδα “Κωδικοποίησης Συμβόλων” συνήθως χρησιμοποιείται ο “Κώδικας Gray”

Κώδικας Gray για 8-αδικό PAM σύστημα

S0	0	0	0
S1	1	0	0
S2	1	1	0
S3	0	1	0
S4	0	1	1
S5	1	1	1
S6	1	0	1
S7	0	0	1

Με τον κώδικα Gray εξασφαλίζεται ότι, όταν συμβεί ένα λάθος κατά τη διαβίβαση ενός συμβόλου, με μεγάλη πιθανότητα, μόνο ένα bit της ισοδύναμης δυαδικής ακολουθίας θα είναι λανθασμένο.

Στην περίπτωση του M -PAM όταν χρησιμοποιείται κώδικας Gray ισχύει:

$$\underline{P_b = P_e / k, \quad k = \log_2(M)}$$



Παράδειγμα Διαθέτουμε ηλεκτρικό κανάλι με AWG θόρυβο με φασματική πυκνότητα θορύβου $N_0/2=10^{-7}$ Watt/Hz. Με βάση το κανάλι αυτό κατασκευάζεται σύστημα διαβίβασης δεδομένων 16-PAM αντίποδα σύμβολα και πιθανότητα σφάλματος $P_b=10^{-4}$. Αν η ισχύς λήψης είναι $P_R \leq 20$ mWatt να υπολογίσετε τη μέγιστη δυνατή τιμή του ρυθμού διαβίβασης R_{bmax} .

Λύση

Επειδή $P_e = P_b k$, $k = \log_2(M) \rightarrow P_e = 4 \times 10^{-4}$

Από το διάγραμμα επιδόσεων του 16 PAM προκύπτει ότι για $P_e = 4 \times 10^{-4}$ πρέπει

$$(E_b/N_0)_{dB} = 21 \text{ dB} \rightarrow (E_b/N_0) = 10^{2.1} \rightarrow (E_b/N_0) = 126$$

$$\text{Ισχύει: } E_b R_b = P_R \rightarrow (E_b/N_0) N_0 R_b = P_R$$

$$\text{Οπότε : } R_b = P_R / [(E_b/N_0) N_0] \rightarrow R_b \leq 20 \times 10^{-3} \text{ Watt} / [126 \times 2 \times 10^{-7} \text{ Watt/Hz}]$$

$$R_b \leq 794 \text{ bits/sec} \rightarrow \underline{R_{bmax} = 794 \text{ bits/sec}}$$



Την άσκηση αυτή μπορούμε να επιλύσουμε χρησιμοποιώντας τον μαθηματικό τύπο της πιθανότητας σφάλματος για τα 16-PAM συστήματα.

$$\text{Επειδή } P_e = P_b k, k = \log_2(M) \rightarrow P_e = 4 \times 10^{-4}$$

Από τον μαθηματικό τύπο της πιθανότητας σφάλματος για τα αντίποδα σήματα

$$P_M = \frac{2(M-1)}{M} Q \left(\sqrt{\frac{6(\log_2 M) \mathcal{E}_{bav}}{(M^2-1)N_0}} \right)$$

και επιλύοντας ως προς (E_b/N_0)

$$\left(\frac{E_b}{N_0} \right) = \frac{M^2-1}{6 \log_2(M)} \left[Q^{-1} \left(\frac{M}{2(M-1)} P_e \right) \right]^2 = \frac{255}{6 \times 4} \times \left[Q^{-1} \left(\frac{16}{2 \times 15} \times 4 \times 10^{-4} \right) \right]^2 = 10.6 \times \left[\left[Q^{-1} (2.1 \times 10^{-4}) \right]^2 \right]$$

Από το διάγραμμα της συνάρτησης $Q(k)$ για $Q(k) = 2.1 \times 10^{-4} \rightarrow k = 3.53$

$$\text{Οπότε } \left(\frac{E_b}{N_0} \right) = 10.6 \times 3.53^2 = 132$$

$$\text{και : } R_b = P_R / [(E_b/N_0)N_0] \rightarrow R_b \leq 20 \times 10^{-3} \text{ Watt} / [132 \times 2 \times 10^{-7} \text{ Watt/Hz}]$$

$$R_b \leq 831 \text{ bits/sec} \rightarrow \underline{R_{b\max} = 831 \text{ bits/sec}}$$



ΟΡΘΟΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΕΣ

Θεωρείστε τις κυματομορφές:

$$\psi_1(t), \psi_2(t)$$

Με μηδενική τιμή έξω από το διάστημα $[0, T]$ και με την ιδιότητα

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_1(t) \cdot \psi_2(t) dt = \int_0^T \psi_1(t) \cdot \psi_2(t) dt = 0$$

Τότε οι κυματομορφές αυτές καλούνται *ορθογώνιες (orthogonal)*

Αν επιπλέον ισχύουν οι σχέσεις

$$E_{\psi_1} = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_1(t)|^2 dt = \int_0^T |\psi_1(t)|^2 dt = 1$$

$$E_{\psi_2} = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_2(t)|^2 dt = \int_0^T |\psi_2(t)|^2 dt = 1$$

οι κυματομορφές καλούνται ορθοκανονικές.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΟΡΘΟΚΑΝΟΝΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΩΝ

Θεωρείστε τις δύο κυματομορφές:

$$\psi_1(t) = \sqrt{2/T} \cos(2\pi f_c t) \quad \psi_2(t) = \sqrt{2/T} \sin(2\pi f_c t)$$

Ισχύει:

$$E_{\psi_1} = \int_0^T |\psi_1(t)|^2 dt = \frac{2}{T} \int_0^T [\cos(2\pi f_c t)]^2 dt = 1 + \text{sinc}(4f_c T)$$

$$E_{\psi_2} = \int_0^T |\psi_2(t)|^2 dt = \frac{2}{T} \int_0^T [\sin(2\pi f_c t)]^2 dt = 1 - \text{sinc}(4f_c T)$$

Όταν $4f_c T = \text{ακέραιος}$ ή όταν $f_c T \gg 1$

$$E_{\psi_1} = E_{\psi_2} = 1$$



$$\psi_1(t) = \sqrt{2/T} \cos(2\pi f_c t) \quad \psi_2(t) = \sqrt{2/T} \sin(2\pi f_c t)$$

Επιπλέον ισχύει

$$I = \int_0^T \psi_1(t) \cdot \psi_2(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^T \cos(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_c t) dt$$

και τελικά

$$I = \int_0^T \psi_1(t) \cdot \psi_2(t) dt = \frac{1 - \cos(4\pi f_c T)}{4\pi f_c T}$$

Όταν $2f_c T = \text{ακέραιος}$ ή όταν $f_c T \gg 1$

$$I = \int_0^T \psi_1(t) \cdot \psi_2(t) dt = 0$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΟΡΘΟΚΑΝΟΝΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΩΝ (1/2)

$$\psi_1(t) = \sqrt{2/T} \cos(2\pi f_c t) \quad \psi_2(t) = \sqrt{2/T} \cos(2\pi f_c t + \pi t/T)$$

Παρατηρείστε ότι οι κυματομορφές έχουν ενέργεια μονάδα.
Επιπλέον ισχύει:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^T \psi_1(t) \cdot \psi_2(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^T \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t + \pi t/T) dt \\ I &= \frac{1}{T} \left[\int_0^T \cos \left[\left(4\pi f_c + \frac{\pi}{T} \right) t \right] dt - \int_0^T \sin(\pi t/T) dt \right] \\ I &= \frac{\sin \left(4\pi f_c + \frac{\pi}{T} \right) T}{\left(4\pi f_c + \frac{\pi}{T} \right) T} + \frac{1 - \cos(\pi)}{\pi T} = \frac{\sin \left(4\pi f_c + \frac{\pi}{T} \right) T}{\left(4\pi f_c + \frac{\pi}{T} \right) T} \end{aligned}$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΟΡΘΟΚΑΝΟΝΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΩΝ (2/2)

Εύκολα καταλήγουμε ότι $I=0$
αρκεί $2f_c T = \text{ακέραιο}$,
ή για $T \gg 1/f_c$



Όταν χρησιμοποιηθούν οι ορθοκανονικές κυματομορφές

$$\psi_1(t), \psi_2(t)$$

τότε γίνεται δυνατή η διαβίβαση μέσω του καναλιού διανυσμάτων με δύο συνιστώσες, ή αλλιώς μιγαδικών αριθμών.

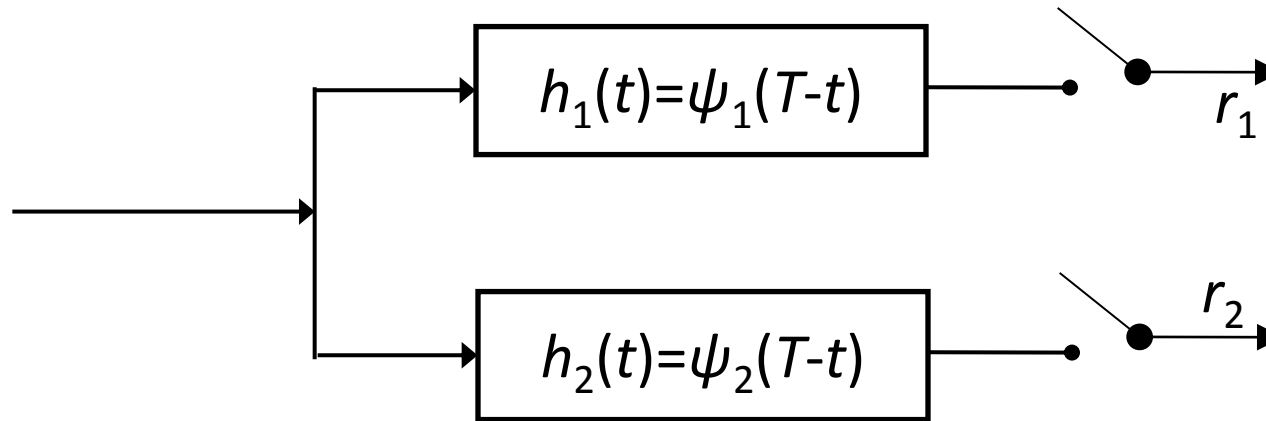
Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της κυματομορφής $s(t)$

$$s(t) = a\psi_1(t) + b\psi_2(t)$$

όπου (a, b) ανήκει σε αλφάβητο (αστερισμό) A



Ο δέκτης σχεδιάζεται με φίλτρα προσαρμοσμένα στις δύο κυματομορφές ως κάτωθι:



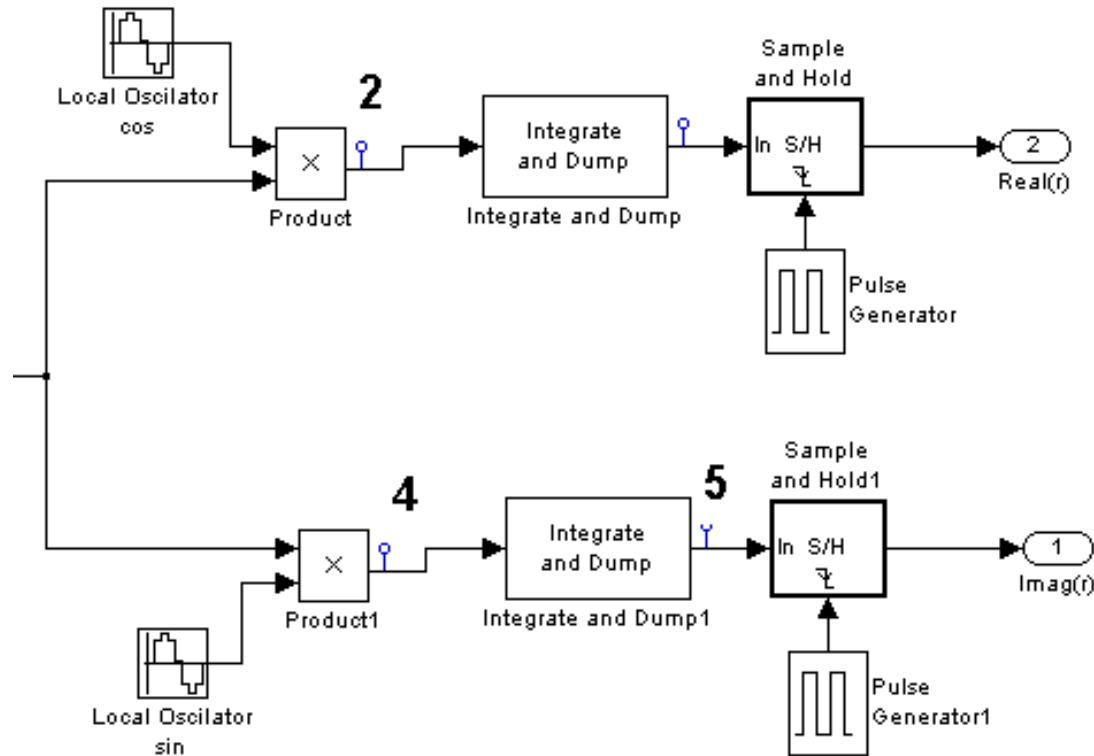
Αποδεικνύεται (σχετικά) εύκολα η σχέση εισόδου εξόδου είναι όπως στον πιο κάτω πίνακα.

input $r(t)$	out ₁ r_1	out ₂ r_2
$\psi_1(t)$	1	0
$\psi_2(t)$	0	1
$n(t)$	n_1	n_2

Τα n_1 και n_2 είναι τυχαίες μεταβλητές, στατιστικά ανεξάρτητες με Gaussian κατανομή και τις ίδιες παραμέτρους (iid) μέση τιμή 0 και $\sigma^2 = N_0/2$



Παράδειγμα Εργαστηριακού Συστήματος με δύο ορθogώνιες κυματομορφές $\psi_1(t)$ και $\psi_2(t)$



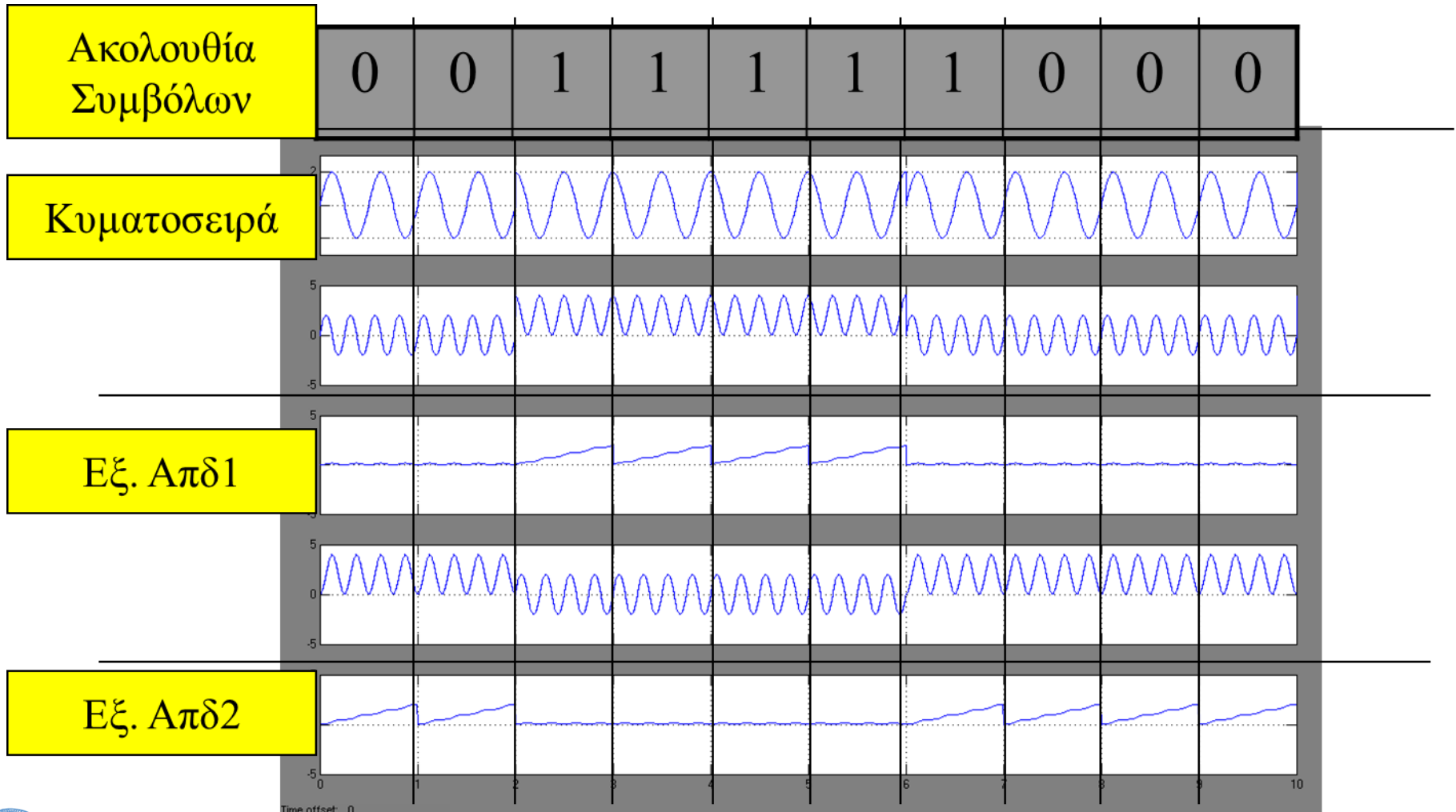
**Binary Orthogonal Signals
(PSK)**



$$\psi_1(t) = \sqrt{2/T} \cos(2\pi f_c t)$$

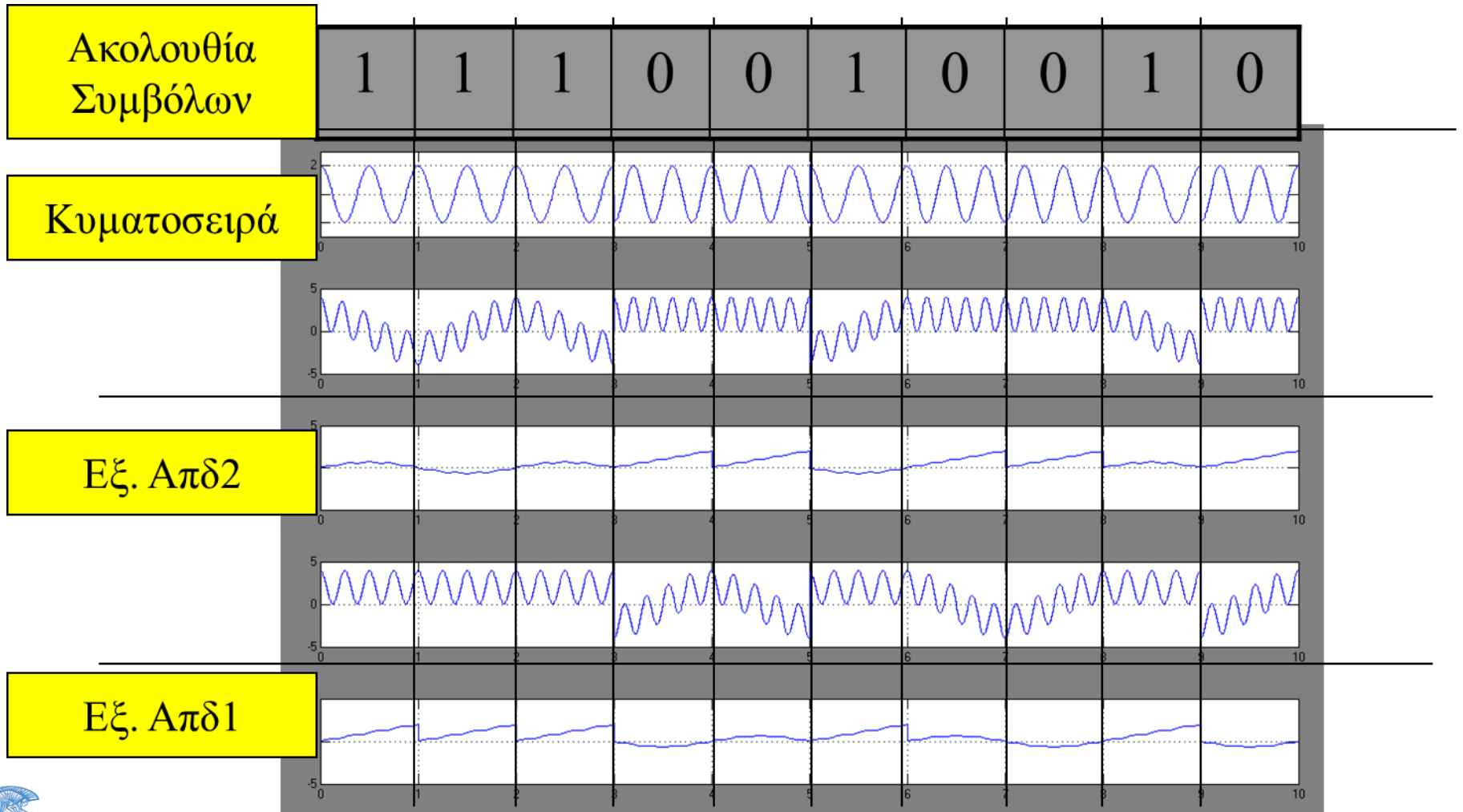
$$\psi_2(t) = \sqrt{2/T} \sin(2\pi f_c t)$$

$$f_c T = 2$$



$$\psi_1(t) = \sqrt{2/T} \cos(2\pi f_c t) \quad \psi_2(t) = \sqrt{2/T} \cos[2\pi(f_c + 1/2T)t]$$

$$f_c T = 2$$



ΑΠΟΔΕΙΞΕΙΣ

1. Όταν $r(t)=\psi_1(t) \rightarrow r_1=1$ & $r_2=0$

$$r_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1(T-t)h_1(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_1(T-t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_1(t)|^2 dt = 1$$

ενώ

$$r_2 = \int_0^T \psi_1(T-t)h_2(t) dt = \int_0^T \psi_1(T-t)\psi_2(T-t) dt = \int_0^T \psi_1(t)\psi_2(t) dt = 0$$

2. Όταν $r(t)=\psi_2(t) \rightarrow r_2=1$ & $r_1=0$

Αποδεικνύεται όπως και στο 1.

3. Όταν $r(t)=n(t) \rightarrow r_1=n_1$ & $r_2=n_2$, n_1, n_2 iid Gaussian με μέση τιμή 0 και διακύμανση $\sigma^2=N_0/2$

Τα πιο πάνω έχουν ήδη αποδειχθεί εκτός από την ανεξαρτησία των n_1, n_2



Οι συνιστώσες του θορύβου n_1 , και n_2

- Είναι μεταξύ τους ασυσχέτιστες ($E[n_1 n_2]=0$. Πράγματι!

$$\sigma_{12} = E[n_1 n_2] = E\left[\int_{-\infty}^{\infty} n(\tau)h_1(T-\tau)d\tau \int_{-\infty}^{\infty} n(w)h_2(T-w)dw\right]$$

$$\sigma_{12} = E\left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} n(\tau)h_1(T-\tau)n(w)h_2(T-w)d\tau dw\right]$$

$$\sigma_{12} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E[n(\tau)h_1(T-\tau)n(w)h_2(T-w)]d\tau dw$$

$$\sigma_{12} = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(T-\tau) \left[\int_{-\infty}^{\infty} h_2(T-w)E[n(\tau)n(w)]dw \right] d\tau$$

$$\sigma_{12} = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(T-\tau) \left[\int_{-\infty}^{\infty} h_2(T-w) \frac{N_0}{2} \delta(\tau-w)dw \right] d\tau$$



$$\sigma_{12} = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(T - \tau) \left[\int_{-\infty}^{\infty} h_2(T - w) \frac{N_0}{2} \delta(\tau - w) dw \right] d\tau$$

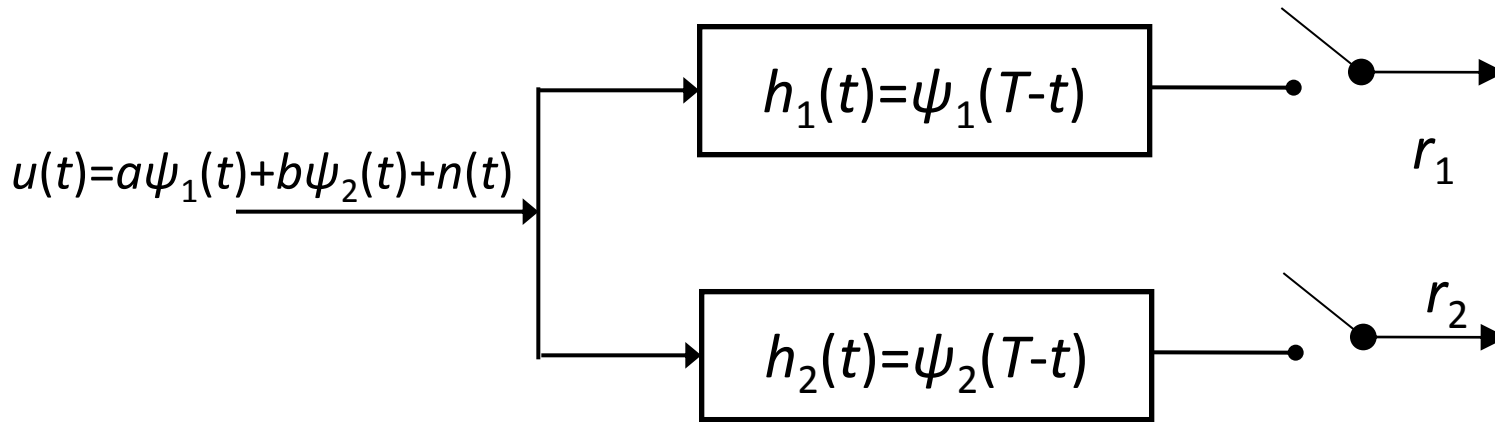
$$\sigma_{12} = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h_1(T - \tau) [h_2(T - \tau)] d\tau$$

$$\sigma_{12} = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1(z) \psi_2(z) dz = 0$$

Είναι όμως γνωστό ότι δύο Gaussian μεταβλητές όταν είναι ασυσχέτιστες είναι και στατιστικά ανεξάρτητες.



Από τα πιο πάνω προκύπτει ότι



Όταν στην είσοδο τεθεί σήμα $u(t) = a\psi_1(t) + b\psi_2(t) + n(t)$ στις εξόδους λαμβάνουμε:

$$r_1 = a + n_1 \quad \& \quad r_2 = b + n_2$$

Όπου n_1, n_2 ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με Gaussian κατανομή, μέση τιμή μηδέν και διακύμανση $\sigma_{n_1}^2 = \sigma_{n_2}^2 = N_0/2$



ΖΩΝΟΠΕΡΑΤΑ ΣΗΜΑΤΑ ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ

1. PHASE SHIFT KEYING (PSK)

ΜΕΤΑΛΛΑΓΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ ΦΑΣΗΣ

$$u_m(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos\left(2\pi f_c t + \frac{2\pi m}{M}\right), \quad m = 0, 1, \dots, M-1 \quad 0 \leq t \leq T$$

Το σήμα αυτό μπορεί να αναλυθεί :



M-PSK

$$u_m(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos\left(2\pi f_c t + \frac{2\pi m}{M}\right), \quad m = 0, 1, \dots, M-1 \quad 0 \leq t \leq T$$

Ισοδύναμα Αναλύεται σε.

$$u_m(t) = \sqrt{E_s} \cos\left(\frac{2\pi m}{M}\right) \underbrace{\sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t)}_{\psi_1(t)} + \sqrt{E_s} \sin\left(\frac{2\pi m}{M}\right) \underbrace{\left[-\sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_c t)\right]}_{\psi_2(t)},$$
$$m = 0, 1, \dots, M-1 \quad 0 \leq t \leq T$$

Και επομένως ο αστερισμός είναι

$$s_m = \sqrt{E_s} \left(\cos\left(\frac{2\pi m}{M}\right), \sin\left(\frac{2\pi m}{M}\right) \right)$$
$$m = 0, 1, \dots, M-1$$

$$\left\{ \begin{aligned} &\sqrt{E_s} (1, 0), \\ &(\sqrt{E_s} \cos(2\pi/M), \sqrt{E_s} \sin(2\pi/M)) \\ &\vdots \\ &(\sqrt{E_s} \cos(2\pi(M-1)/M), \sqrt{E_s} \sin(2\pi(M-1)/M)) \end{aligned} \right\}$$



ΣΗΜΑΝΤΙΚΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ ΤΟΥ M-PSK!

Όλα τα στοιχεία του αστερισμού ενός M-PSK έχουν την ίδια ενέργεια $E=E_s$

Πράγματι τα στοιχεία του αστερισμού είναι

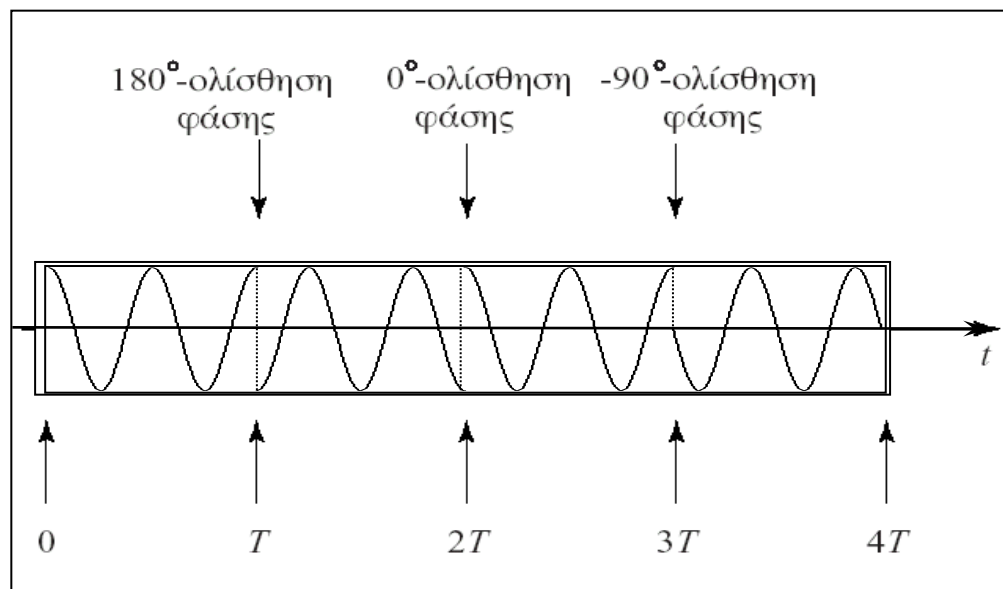
$$s_m = \sqrt{E_s} \left(\cos\left(\frac{2\pi m}{M}\right), \sin\left(\frac{2\pi m}{M}\right) \right)$$
$$m = 0, 1, \dots, M - 1$$

Με E_m :

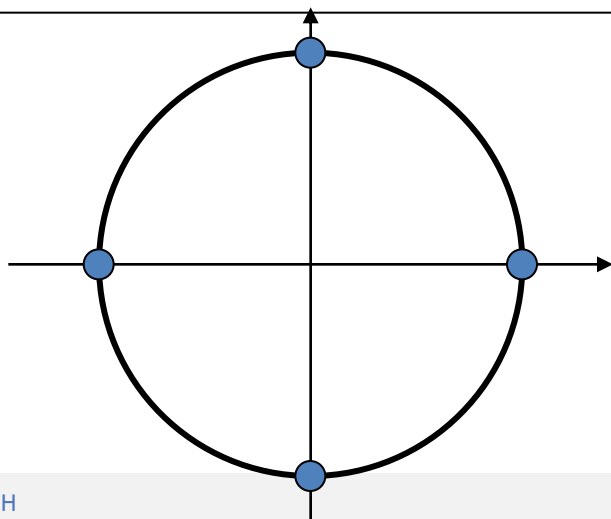
$$E_m = E_s \cos^2\left(\frac{2\pi m}{M}\right) + E_s \sin^2\left(\frac{2\pi m}{M}\right) = E_s$$
$$m = 0, 1, \dots, M - 1$$



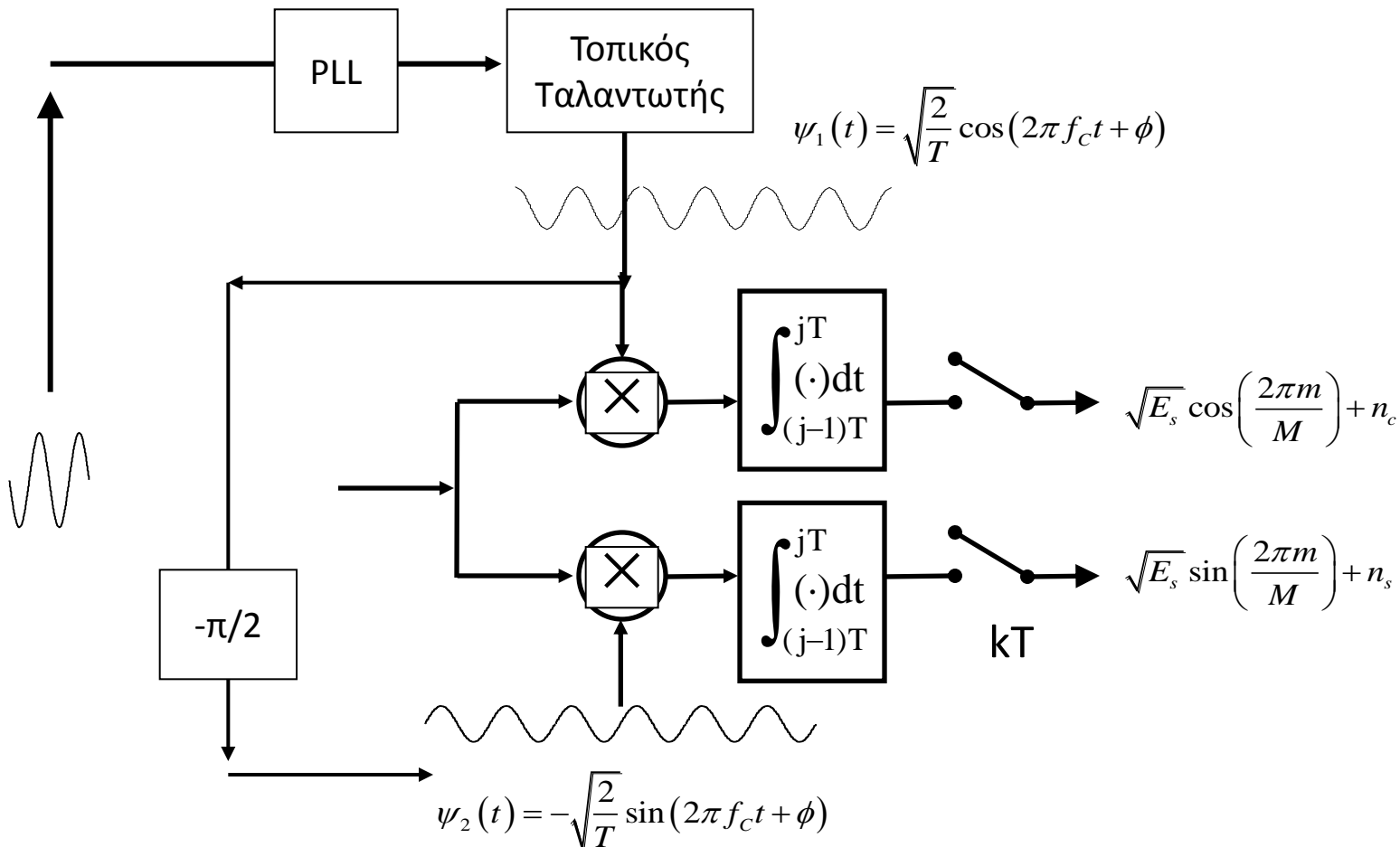
Παράδειγμα Κυματοσειράς Τετραδικού PSK (QPSK)

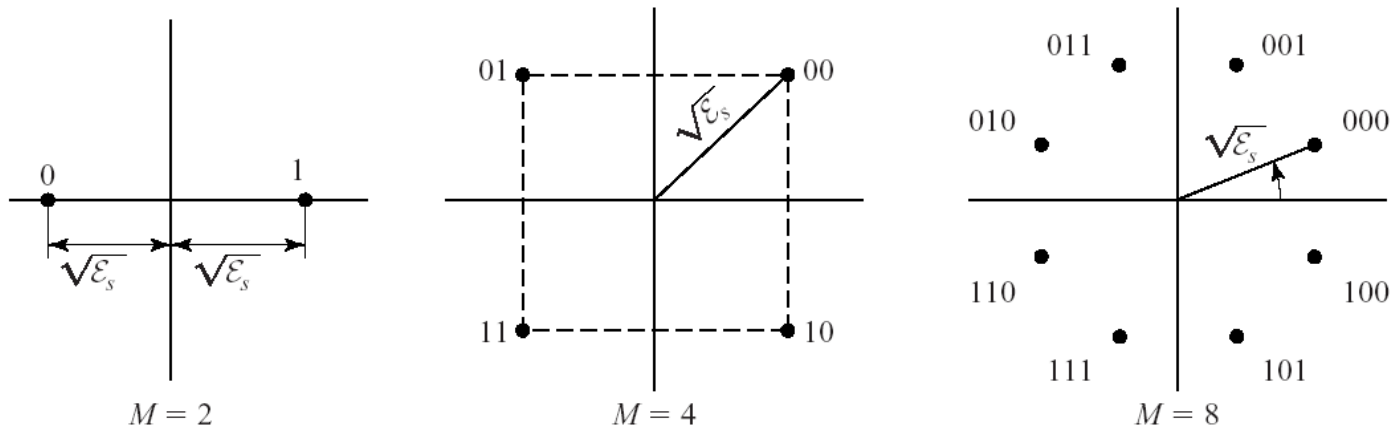


Παράδειγμα Αστερισμού Τετραδικού PSK (QPSK)



ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΗΣ PSK ΚΥΜΑΤΟΣΕΙΡΑΣ





Σχήμα 7.20 Αστερισμοί σημάτων PSK.

Στους Αστερισμούς αυτούς δίνεται συγχρόνως και η απεικόνιση των bits του δυαδικού καναλιού. Για την απεικόνιση αυτή έχει χρησιμοποιηθεί Κώδικας Gray.



ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ P_e ΣΕ M-PSK

Για 2-αδικό PSK (Αντίποδα Σύμβολα) $P_2 = Q \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right)$

Τη σχέση αυτή την έχουμε ήδη αποδείξει:

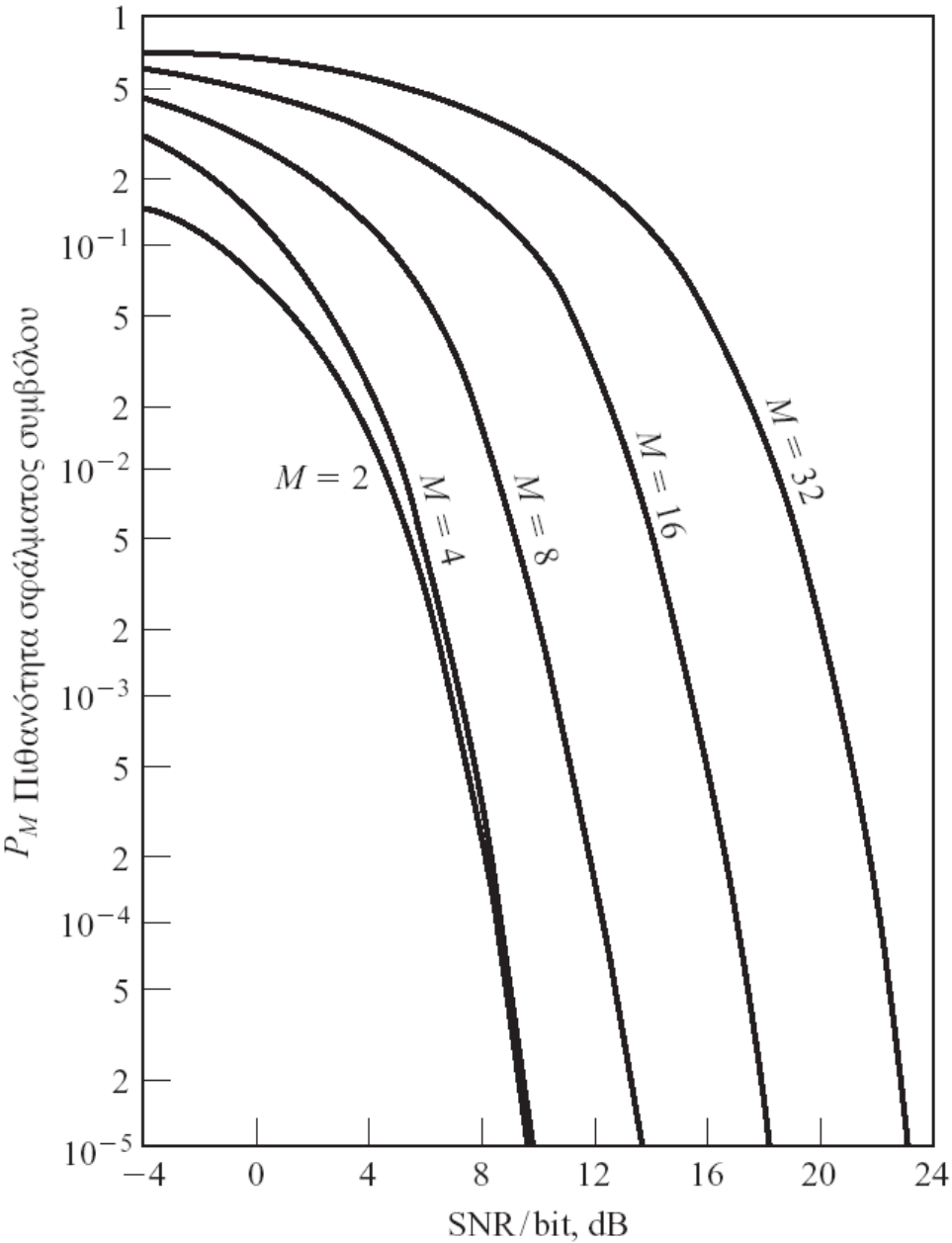
Για $M > 2$ αποδεικνύεται:

$$\underline{\text{Για } M\text{-PSK, } M \geq 4} \quad P_e = 2Q \left(\sqrt{\frac{2 \log_2(M) E_b}{N_0}} \sin \left(\frac{\pi}{M} \right) \right)$$

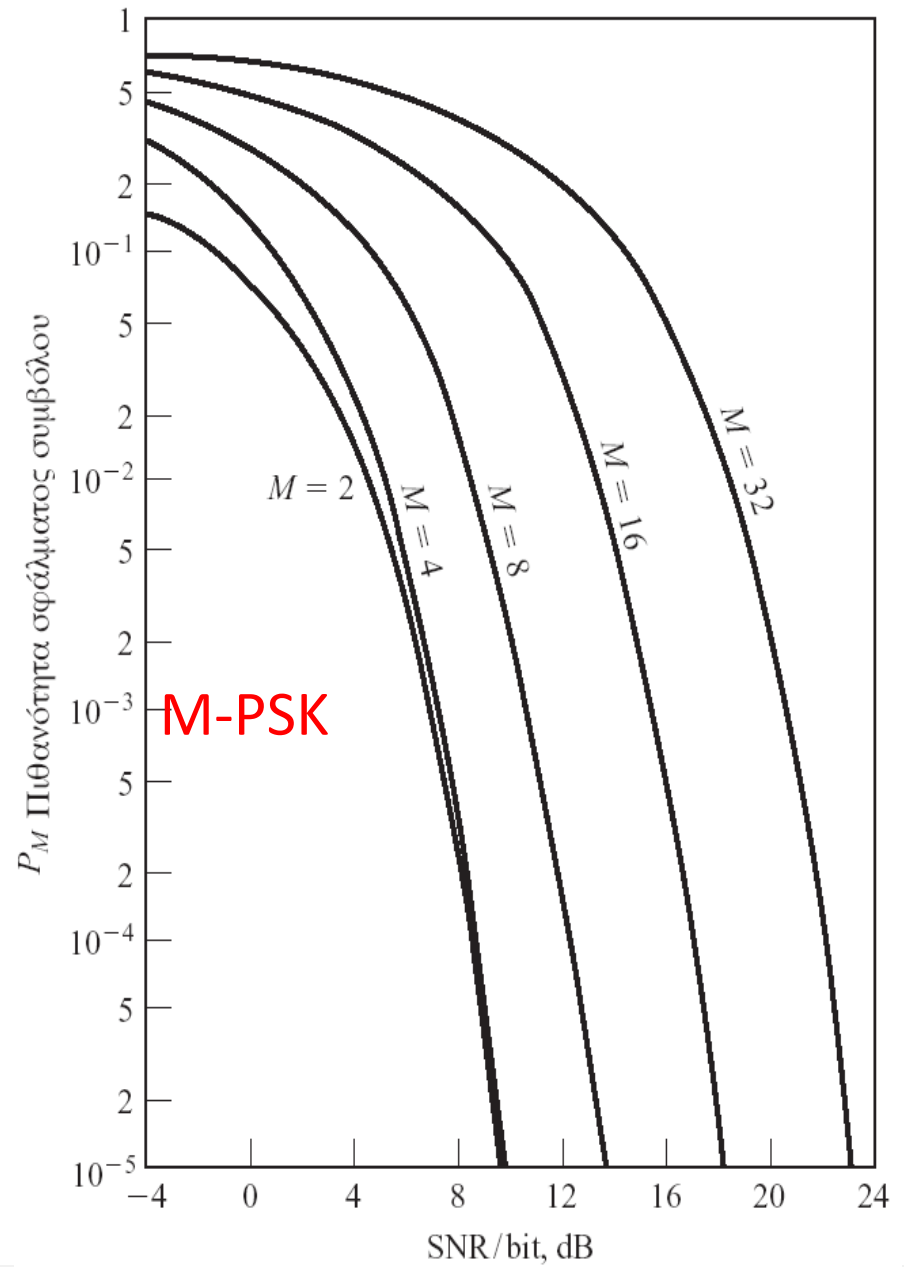
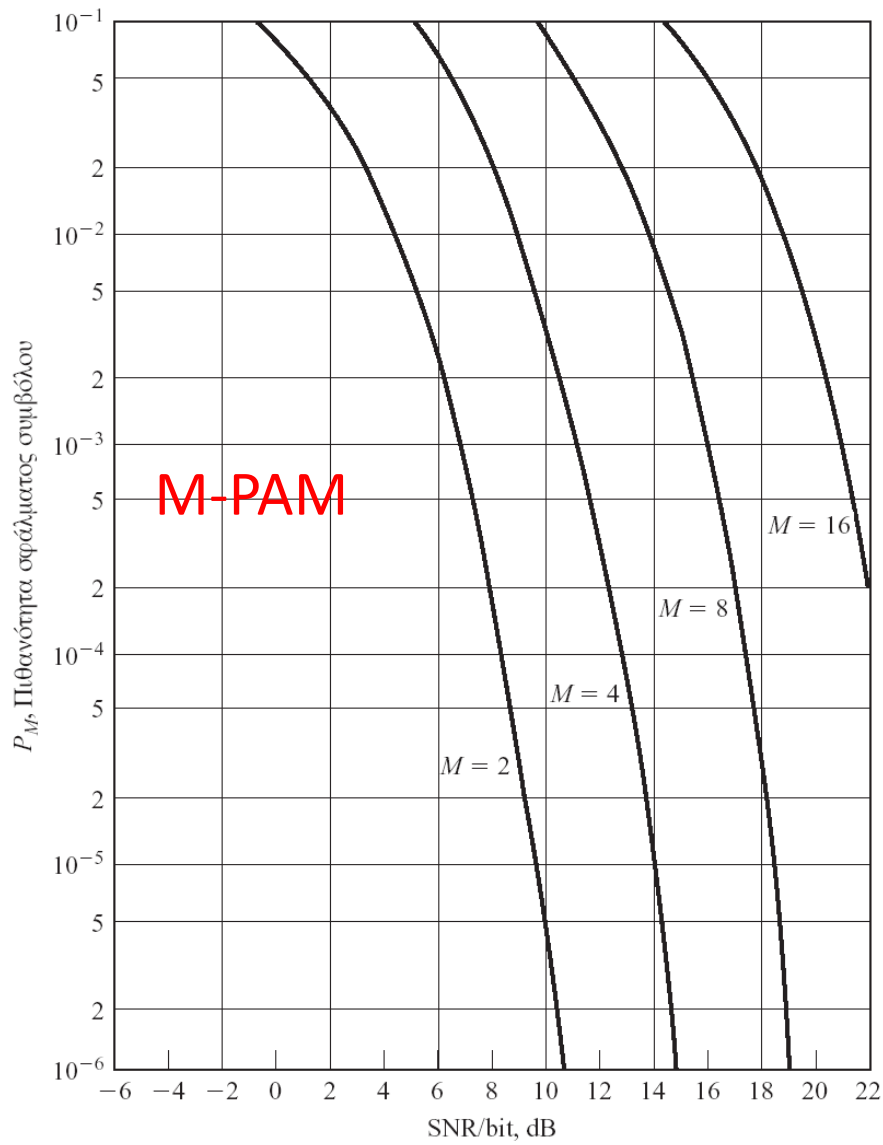


M-PSK

$$P_{\epsilon} = f([\mathcal{E}_b/N_0]_{\text{dB}})$$



$$[\mathcal{E}_b/N_0]_{\text{dB}}$$



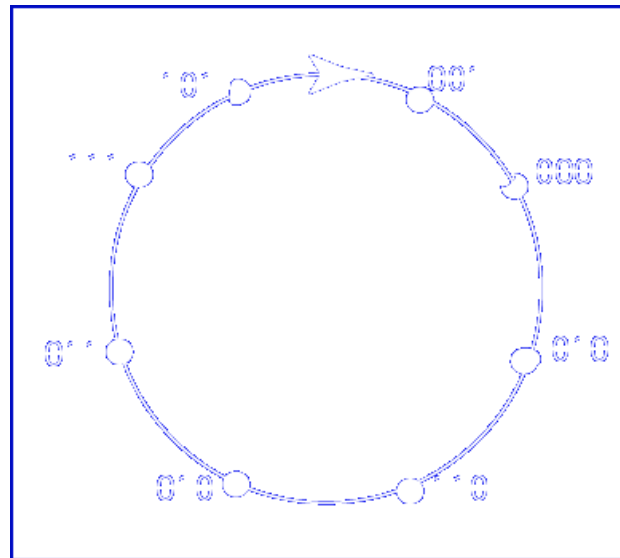
Όπως και τα μονοδιάστατα συστήματα (PAM), έτσι και στα συστήματα με δύο βασικές κυματομορφές η απεικόνιση των bits στα σύμβολα μπορεί να γίνει με βάση τον κώδικα Gray. Στην περίπτωση αυτή ισχύει λοιπόν:

$$P_b = P_e / k, \quad k = \log_2(M)$$

Κώδικας Gray για 8-αδικό
Σύστημα

S0	0	0	0
S1	1	0	0
S2	1	1	0
S3	0	1	0
S4	0	1	1
S5	1	1	1
S6	1	0	1
S7	0	0	1

Απεικόνιση των τιμών των bits σε 8-PSK με βάση τον Gray Κώδικα.



ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΚΑΤΑ ΠΛΑΤΟΣ (QUADRATURE AMPLITUDE MODULATION-QAM)

$$s_m(t) = A_{mc} \sqrt{\frac{2E_g}{T}} \cos(2\pi f_c t) - A_{ms} \sqrt{\frac{2E_g}{T}} \sin(2\pi f_c t)$$

$$s_m(t) = A_{mc} \sqrt{E_g} \underbrace{\sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t)}_{\psi_1(t)} + A_{ms} \sqrt{E_g} \underbrace{\left[-\sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_c t) \right]}_{\psi_2(t)}$$

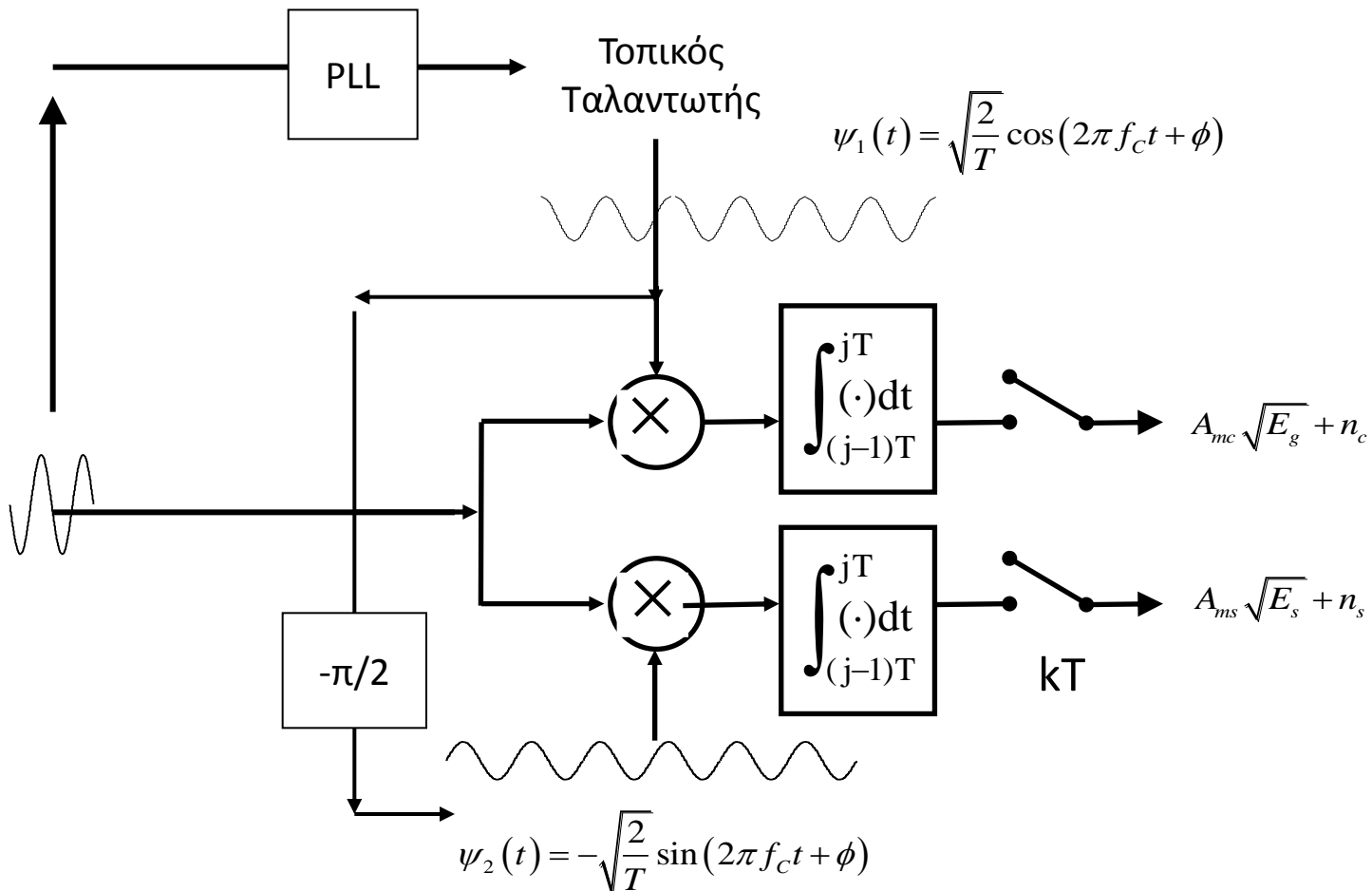
$$A_{mc} = -(M_c - 1), -(M_c - 3), \dots, -1, 1, \dots, (M_c - 1)$$

$$A_{ms} = -(M_s - 1), -(M_s - 3), \dots, -1, 1, \dots, (M_s - 1)$$

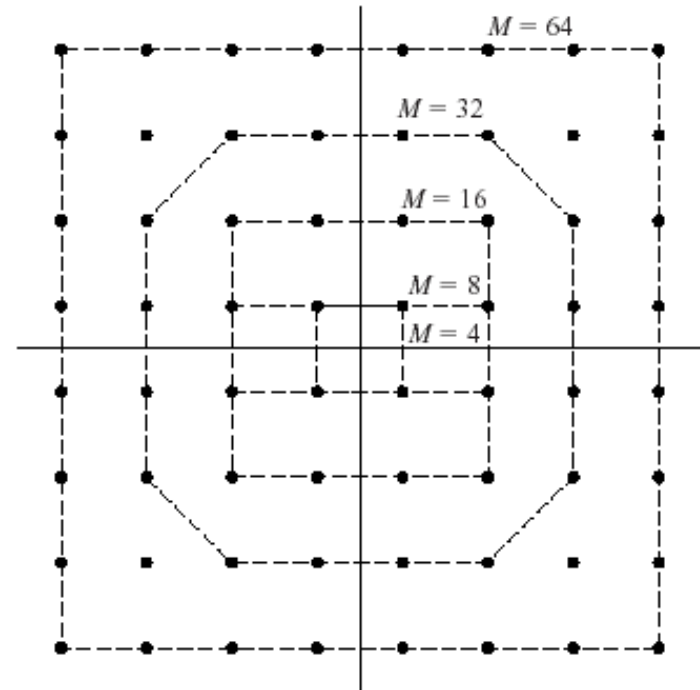
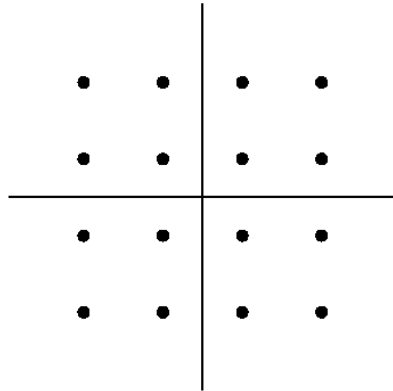
Ο Αστερισμός του QAM προκύπτει ως καρτεσιανό γινόμενο των δύο PAM Αστερισμών και επομένως περιέχει $M=M_c M_s$ Σύμβολα.



ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΗΣ QAM ΚΥΜΑΤΟΣΕΙΡΑΣ



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΣΤΕΡΙΣΜΩΝ QAM



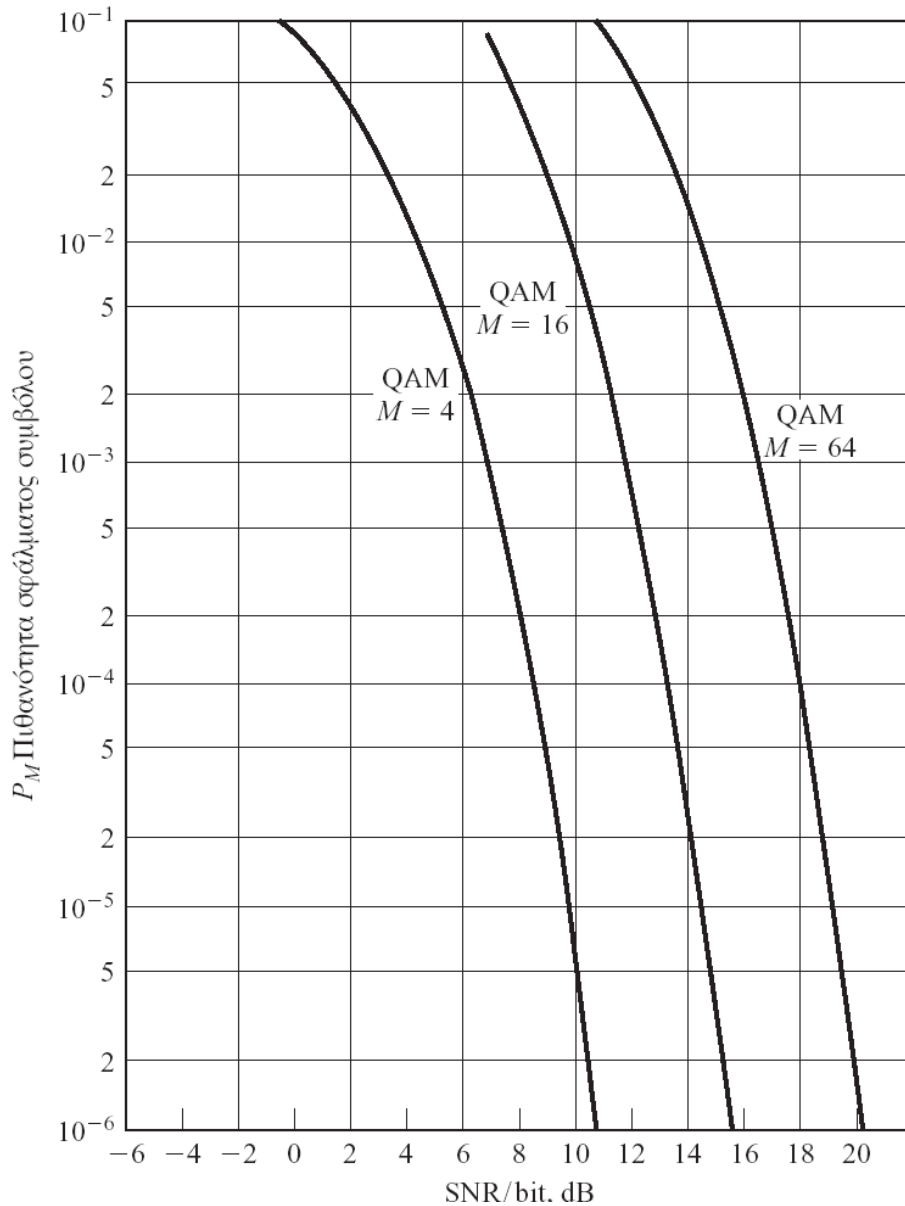
$$\hat{\mathcal{E}}_{av} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \|\mathbf{s}_i\|^2$$



ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ M-QAM

$$P_{MQAM} \approx 4Q \left(\sqrt{\frac{3\mathcal{E}_{avQAM}}{(M-1)N_0}} \right)$$





Πιθανότητα Σφάλματος
ανά σύμβολο για M -QAM

$$P_{MQAM} \approx 4Q \left(\sqrt{\frac{3 \log_2(M) \mathcal{E}_b}{(M-1) N_0}} \right)$$



Παράδειγμα Διαθέτουμε ηλεκτρικό κανάλι με AWG θόρυβο με φασματική πυκνότητα θορύβου $N_0/2=10^{-8}$ Watt/Hz. Με βάση το κανάλι αυτό κατασκευάζεται σύστημα διαβίβασης δεδομένων 16-QAM σύμβολα και πιθανότητα σφάλματος $P_b=10^{-5}$. Αν η ισχύς λήψης είναι $P_R \leq 20$ mWatt να υπολογίσετε τη μέγιστη δυνατή τιμή του ρυθμού διαβίβασης R_{bmax} .

Λύση

Επειδή $P_e = P_b k$, $k = \log_2(M) \rightarrow P_e = 4 \times 10^{-5}$

Από το διάγραμμα επιδόσεων του 16-QAM προκύπτει ότι για $P_e = 4 \times 10^{-5}$ πρέπει

$$(E_b/N_0)_{dB} = 13.5 \text{ dB} \rightarrow (E_b/N_0) = 10^{1.35} \rightarrow (E_b/N_0) = 22.4$$

$$\text{Ισχύει: } E_b R_b = P_R \rightarrow (E_b/N_0) N_0 R_b = P_R$$

$$\text{Οπότε : } R_b = P_R / [(E_b/N_0) N_0] \rightarrow R_b \leq 20 \times 10^{-3} \text{ Watt} / [22.4 \times 2 \times 10^{-8} \text{ Watt/Hz}]$$

$$R_b \leq 45000 \text{ bits/sec} \rightarrow \underline{R_{bmax} = 45000 \text{ bits/sec}}$$



ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΠΙΔΟΣΕΩΝ ΤΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜQAM - MPSK

ΓΙΑ Μ-QAM

ΓΙΑ Μ-PSK

$$P_{MQAM} \approx 4Q \left(\sqrt{\frac{3\mathcal{E}_{avQAM}}{(M-1)N_0}} \right)$$

$$P_{MPSK} \approx 2Q \left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_{avPSK} \sin^2(\pi/M)}{N_0}} \right)$$

Για να είναι $P_{MQAM} \sim P_{MPSK}$ αρκεί τα 2
υπόρριζα να είναι ίσα. Αν ορίσουμε

$$\mathcal{R}_M = \mathcal{E}_{avPSK} / \mathcal{E}_{avQAM}$$

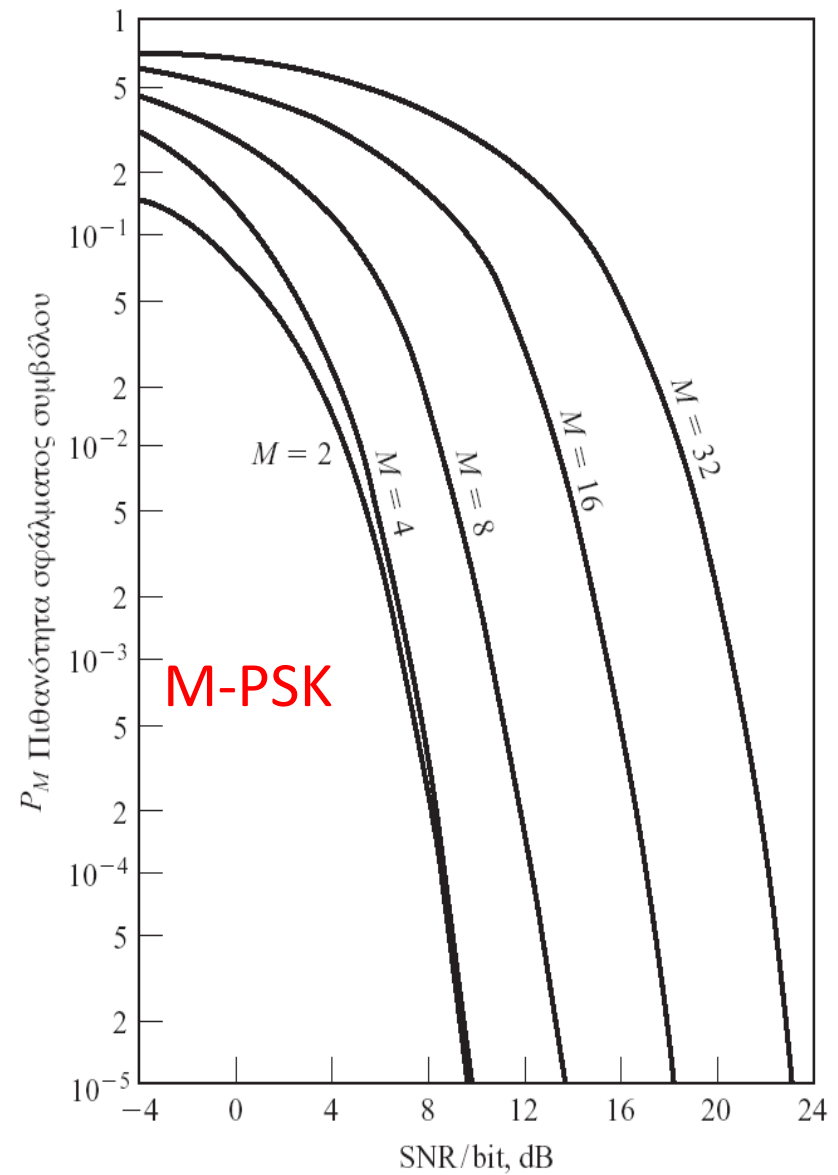
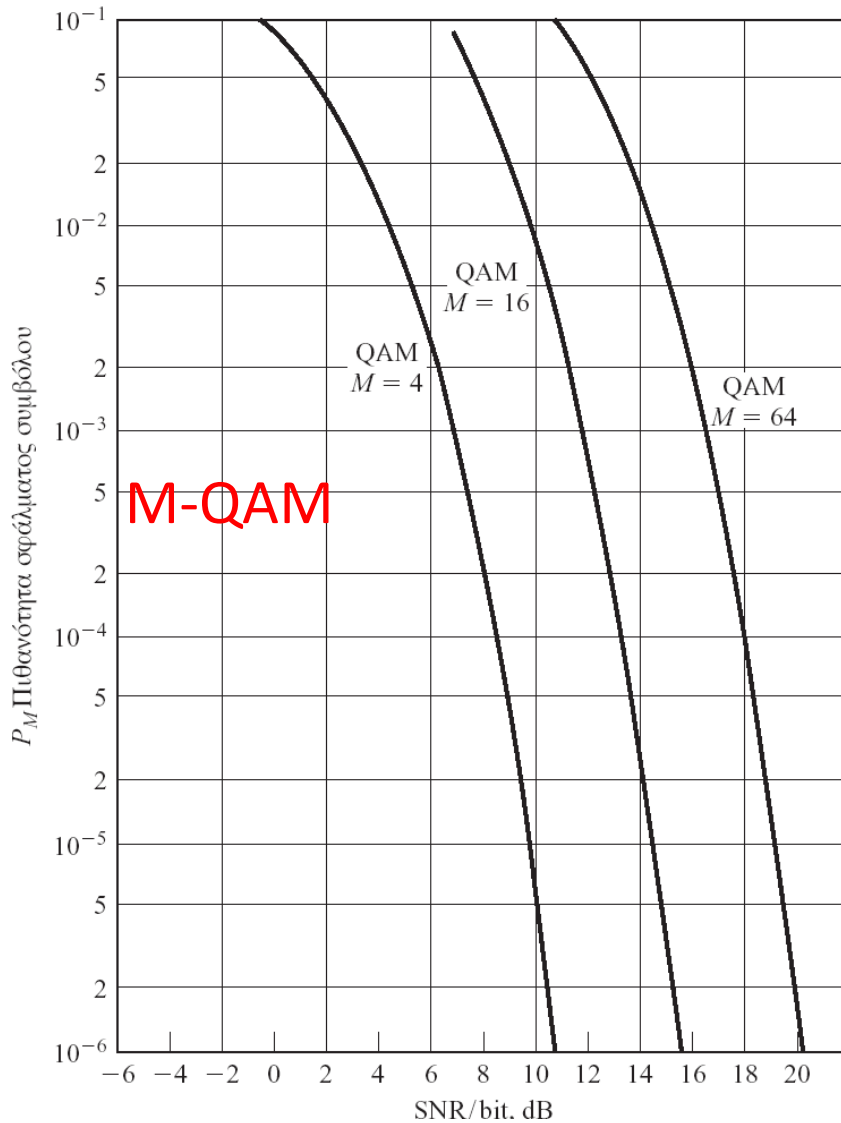
$$\mathcal{R}_M = \frac{3/(M-1)}{2 \sin^2 \pi/M}$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.1 SNR ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑ ΤΟΥ
Μ-QAM ΣΕ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΤΟ Μ-PSK

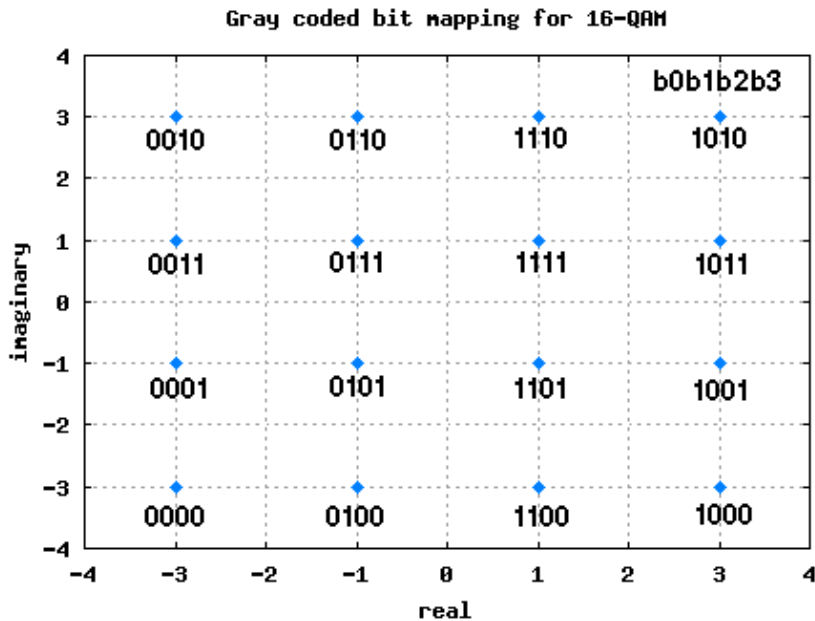
M	$10 \log_{10} \mathcal{R}_M$
8	1.65
16	4.20
32	7.02
64	9.95



ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΠΙΔΟΣΕΩΝ M-QAM & MPSK



Η χρήση του κώδικα Gray για την απεικόνιση των τιμών των bits στα σύμβολα του QAM ώστε να εξασφαλίζεται πως τα γειτονικά σύμβολα θα διαφέρουν μόνο σε ένα bit, δεν γίνεται με τόσο προφανή τρόπο, όπως στο M -PAM και στο M -PSK. Εν τούτοις στη βιβλιογραφία προτείνονται κατάλληλες απεικονίσεις όπως αυτή του 16-QAM που δίνεται πιο κάτω.



Και στο QAM λοιπόν μπορούμε να δεχθούμε ότι ισχύει:

$$P_b = P_e / k, \quad k = \log_2(M)$$



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ Μ ΟΡΘΟΓΩΝΙΕΣ ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΕΣ

Σε ένα πλήθος εφαρμογών, στις οποίες υπάρχει διαθέσιμο μεγάλο εύρος ζώνης, ενώ η ισχύς είναι δυσεύρετη, χρησιμοποιούνται συστήματα με M κυματομορφές όλες μεταξύ τους ορθογώνιες! Τέτοια συστήματα είναι τα M -FSK (Frequency Shift Keying)

Για το σκοπό αυτό μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κυματομορφές $\psi_m(t)$ της μορφής

$$\psi_m(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos[2\pi(f_c + m\Delta f)t] \quad 0 \leq t < T$$

$$m = 0, 1, \dots, M - 1$$

Όπως θα δούμε στη συνέχεια, επιλέγοντας κατάλληλα την ποσότητα Δf όλες οι πιο πάνω κυματομορφές γίνονται ορθογώνιες μεταξύ τους.

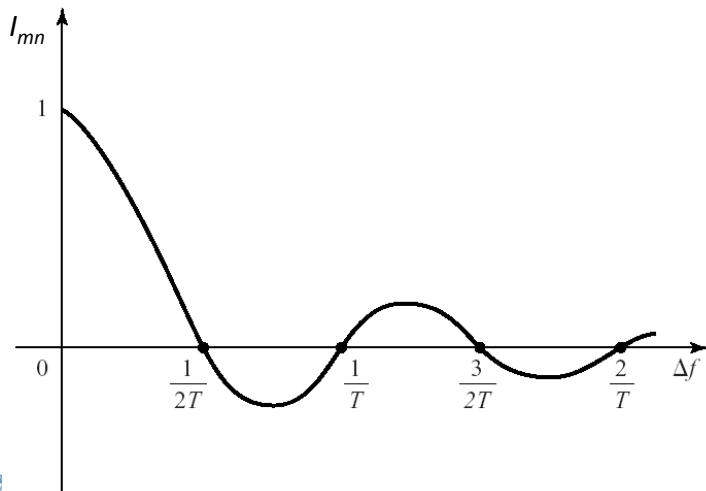


Πράγματι

$$I_{mn} = \int_0^T \psi_m(t) \psi_n(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^T \cos[2\pi(f_c + m\Delta f)t] \cos[2\pi(f_c + n\Delta f)t] dt$$

$$I_{mn} = \frac{1}{T} \left[\int_0^T \cos[2\pi(2f_c + (m+n)\Delta f)t] dt + \int_0^T \cos[2\pi(m-n)\Delta ft] dt \right]$$

$$I_{mn} = \frac{\sin(2\pi(m-n)\Delta fT)}{2\pi(m-n)\Delta fT}$$



Για m διάφορο του n , όταν επιλεγεί $\Delta f = k(1/2T)$, ή ισοδύναμα όταν $\Delta f = kR/2$ τότε $I_{mn} = 0$, ενώ για $m = n$ $I_{mn} = 1$.

Δηλαδή, επιλέγοντας να ισχύει $\Delta f = kR/2$, οι ψ_m και ψ_n καθίστανται ορθοκανονικές κυματομορφές.

$$I_{mn} = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ 1 & m = n \end{cases}$$



ΣΥΣΤΗΜΑ ΜΕΤΑΛΛΑΓΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ (FREQUENCY SHIFT KEYING - FSK)

Το M -FSK είναι ένα σύστημα με M ορθογώνιες μεταξύ του κυματομορφές $s_m(t)$, $m=0,1,\dots,M-1$

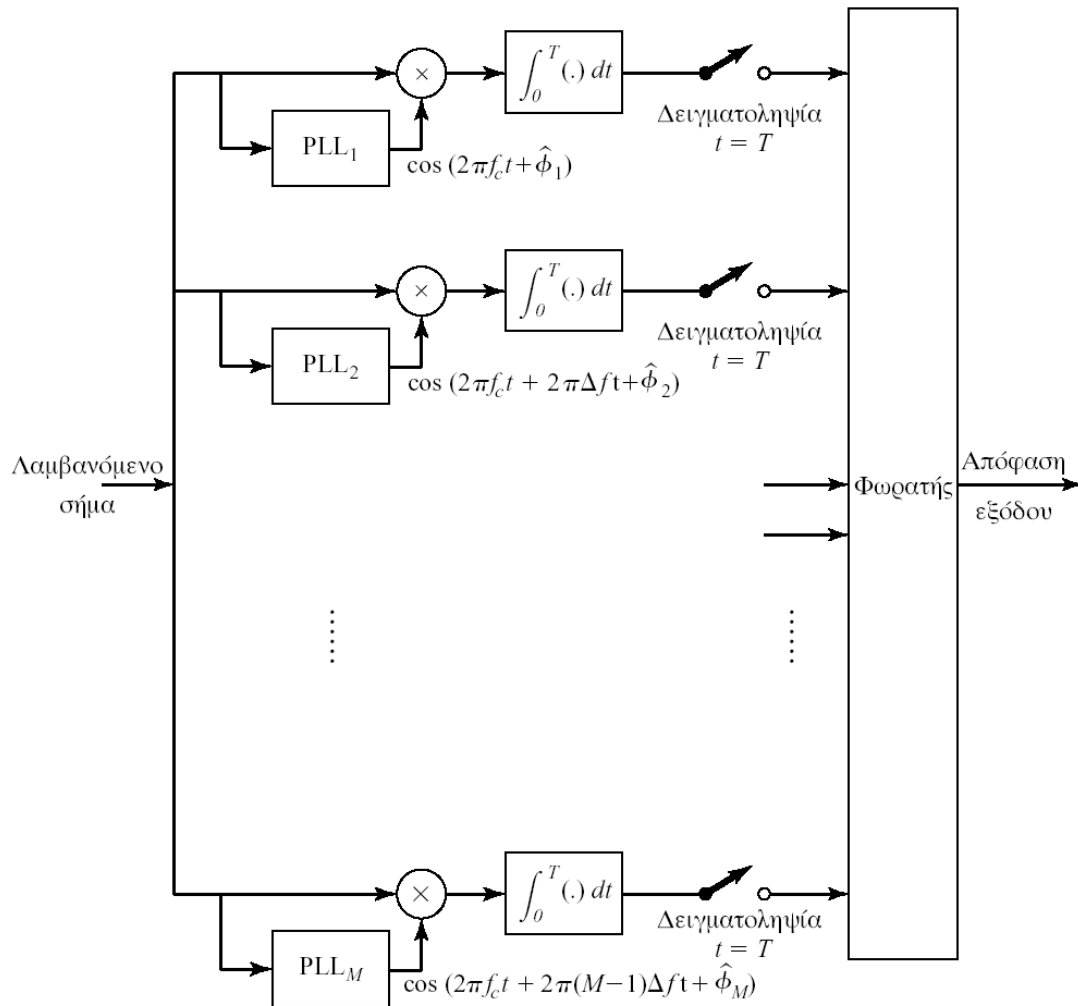
$$s_m(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos \left[2\pi \left(f_c + m \frac{R}{2} \right) t \right] \quad 0 \leq t < T$$

$$R = 1/T \quad m = 0, 1, \dots, M - 1$$

κάθε μία από τις οποίες έχει ενέργεια E_s .



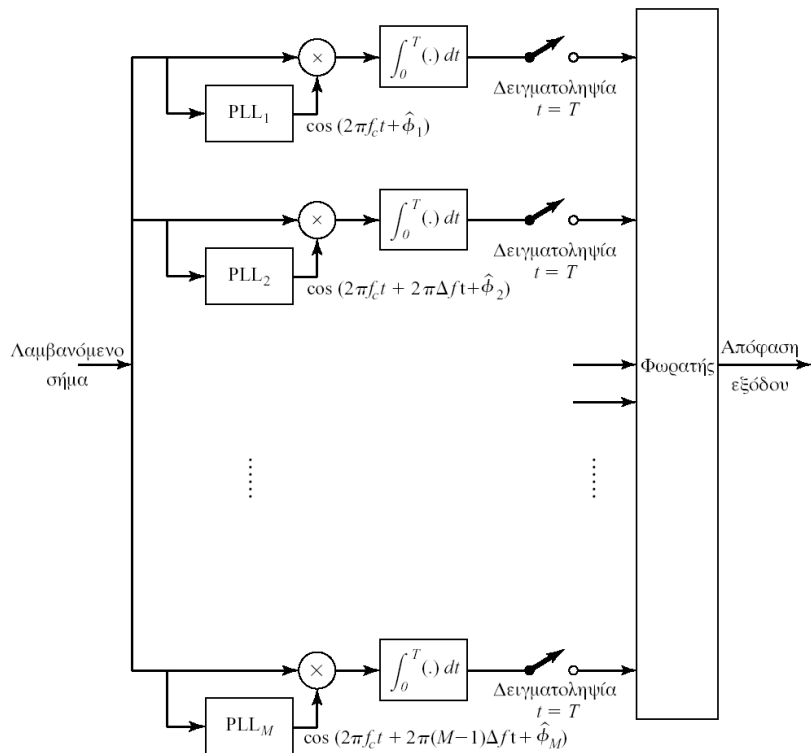
ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΥΜΦΩΝΗΣ ΦΑΣΗΣ Μ-ΔΙΚΩΝ FSK ΣΗΜΑΤΩΝ



Το Δf επιλέγεται ως

$$\Delta f = 1/(2T) = R/2$$

Με τον τρόπο αυτό το εύρος ζώνης της κυματοσειράς γίνεται ελάχιστο.



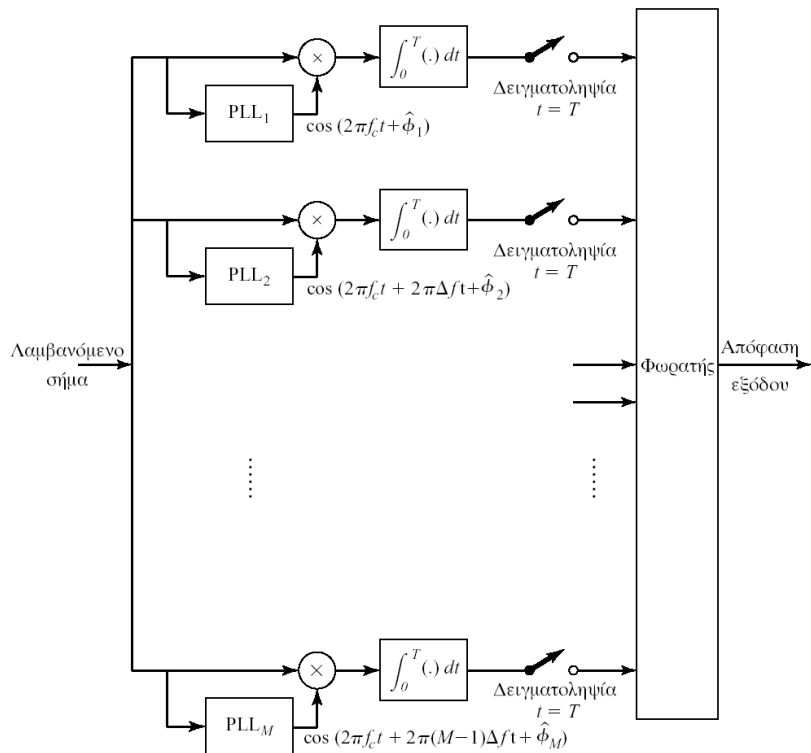
Όταν στην είσοδο υπάρχει μόνο η κυματομορφή $s_m(t)$ στην έξοδο λαμβάνεται ένα διάνυσμα με M συνιστώσες από τις οποίες όλες είναι μηδέν εκτός από τη m -στη που έχ $\sqrt{E_s}$ τιμή:

Επομένως ο αστερισμός \mathbf{A} του συστήματος αυτού είναι το σύνολο των M διανυσμάτων με M συνιστώσες το κάθε ένα:

$$\mathbf{A} = \left\{ \begin{bmatrix} \sqrt{E_s} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{E_s} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{E_s} \end{bmatrix} \right\}$$

ή πιο σύντομα:

$$\mathbf{A} = \{ \mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_{M-1} \}$$



Όταν στην είσοδο υπάρχει μόνο ο θόρυβος του καναλιού $n(t)$ στην έξοδο λαμβάνεται ένα διάνυσμα με M συνιστώσες οι οποίες είναι iid τυχαίες μεταβλητές με κατανομή Gaussian μέση τιμή μηδέν και διακύμανση $\sigma^2 = N_0/2$

Όταν λοιπόν στην είσοδο φθάσει το σήμα:

$$u(t) = s_m(t) + n(t)$$

στην έξοδο του αποδιαμορφωτή λαμβάνεται το διάνυσμα

$$\mathbf{r} = [v_0, \dots, v_{m-1}, \sqrt{E_s} + v_m, v_{m+1}, \dots, v_{M-1}] = [0, \dots, 0, \sqrt{E_s}, 0, 0, \dots, 0] + [v_0, \dots, v_{m-1}, v_m, v_{m+1}, \dots, v_{M-1}]$$

ή

$$\mathbf{r} = \mathbf{s} + \mathbf{v}$$

Με βάση το διάνυσμα \mathbf{r} γίνεται η φώραση του συμβόλου που έχει αποσταλεί.



ΦΩΡΑΣΗ ΤΩΝ ΣΗΜΑΤΩΝ FSK

Για λήψη στην έξοδο του αποδιαμορφωτή $\mathbf{r} = \mathbf{s} + \mathbf{v}$

Η φώραση στα συστήματα M -FSK γίνεται με βάση την αρχή της ελάχιστης απόστασης του διανύσματος \mathbf{r} από τα διανύσματα του αστερισμού.

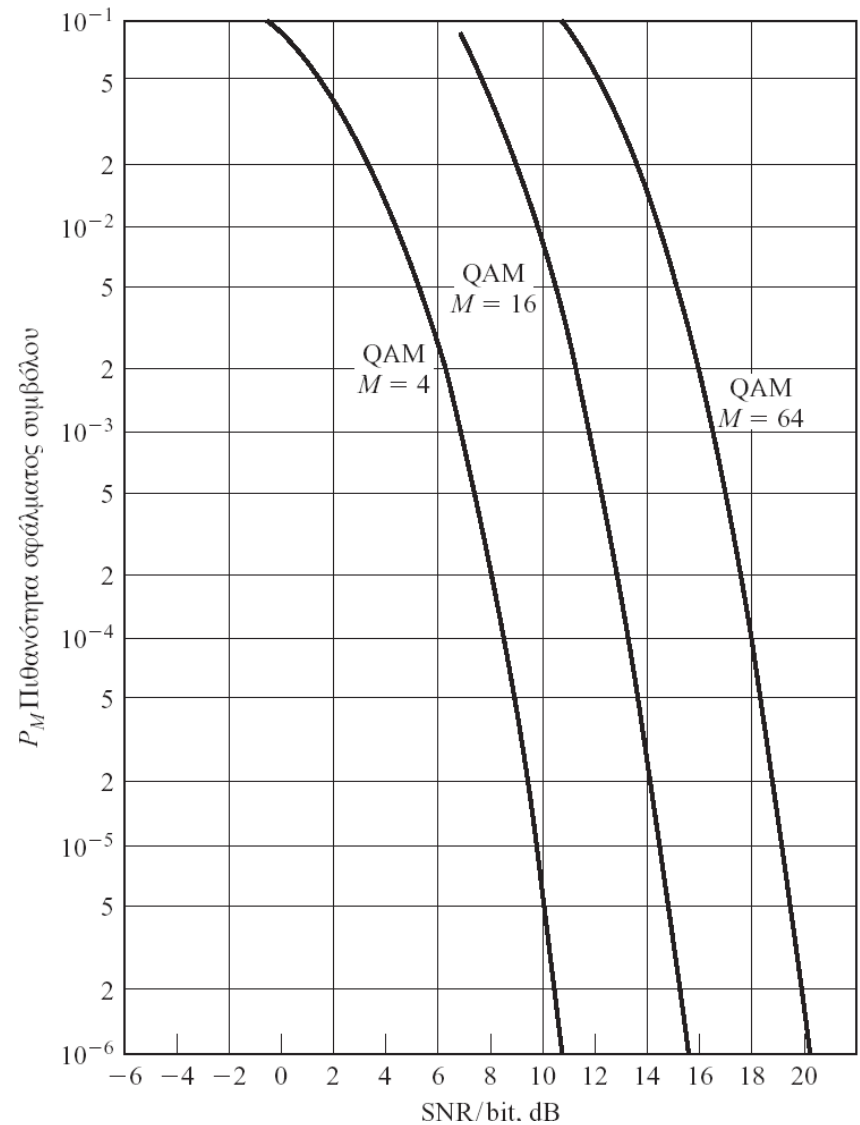
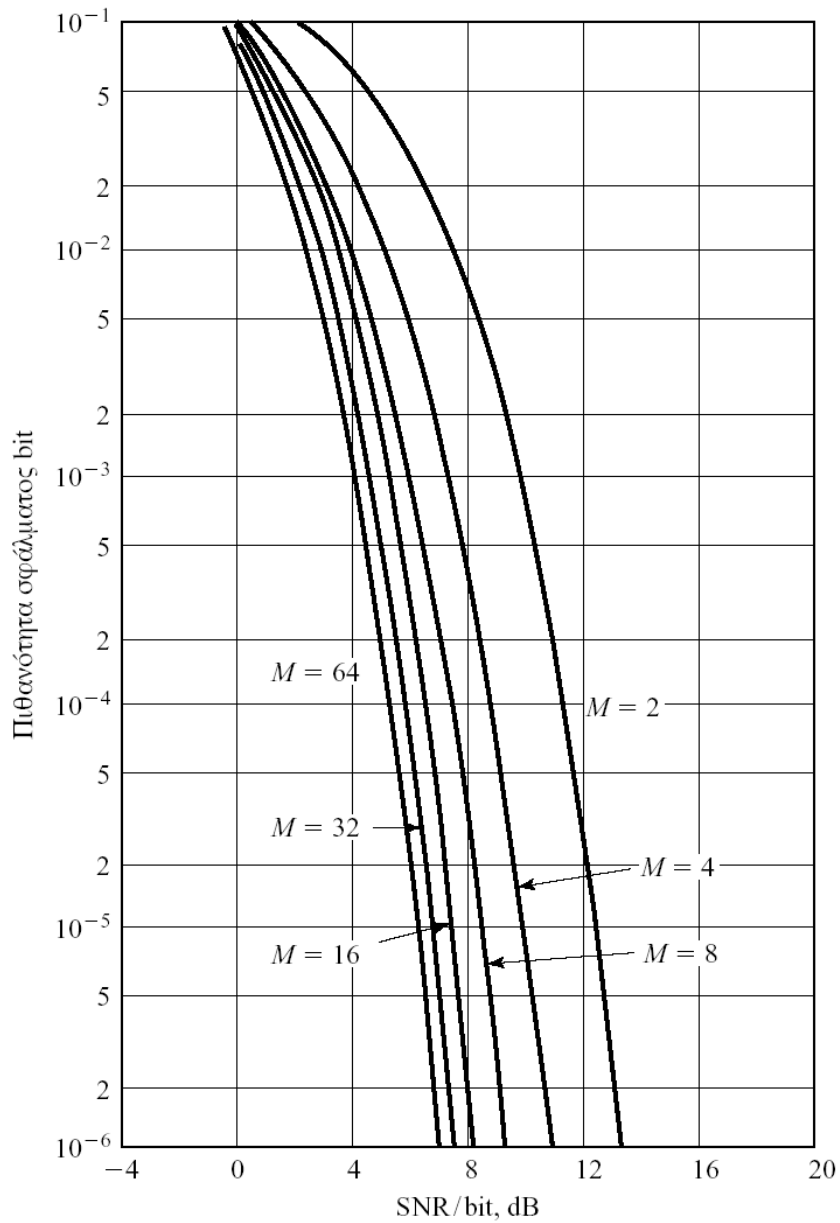
Καθώς όλα τα διανύσματα του αστερισμού \mathbf{A} έχουν το ίδιο μέτρο $\|\mathbf{s}_m\|^2 = E_s$ το κριτήριο της ελάχιστης απόστασης απλοποιείται στο κριτήριο

$$\mathbf{s} = \mathbf{s}_m \Leftrightarrow r_m > r_j \forall j = 0, 1, \dots, M-1, j \neq m$$

Δηλαδή ο Φωρατής στα συστήματα αυτά αναδεικνύει το δείκτη της μέγιστης συνιστώσας του διανύσματος λήψης \mathbf{r} .



ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΠΙΔΟΣΕΩΝ M-FSK M-QAM



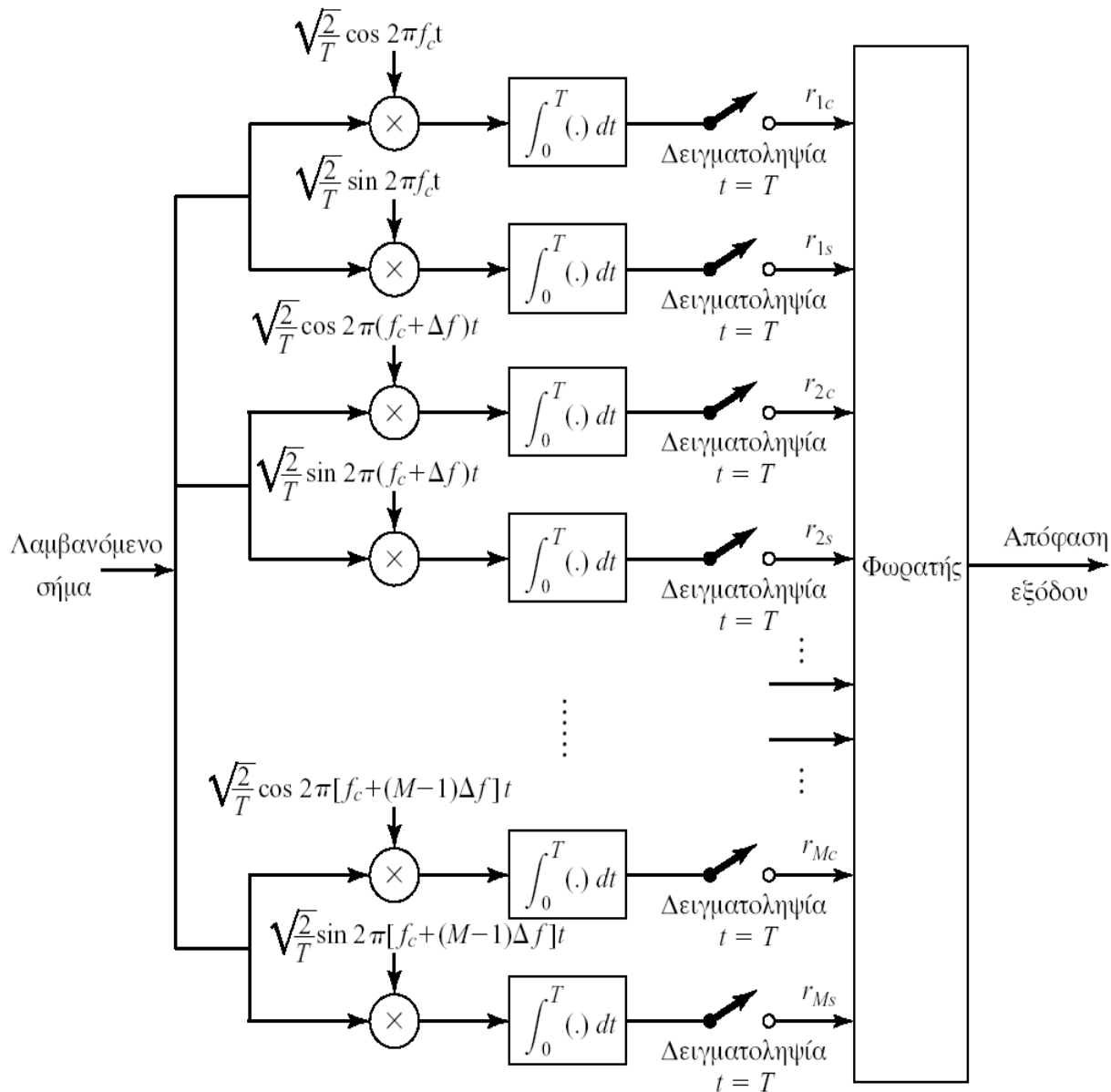
Από τις επιδόσεις των συστημάτων M -FSK προκύπτει ότι αυτά έχουν πολύ μικρότερη απαίτηση σε ισχύ από τα μονοδιάστατα και τα δυδιάστατα συστήματα αλλά πρέπει να αναφέρουμε ότι χρειάζονται πολύ περισσότερο εύρος ζώνης ανά διαβιβαζόμενο σύμβολο.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΗ ΣΥΜΦΩΝΗ ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΩΝ M -FSK

Στο M -FSK η επίτευξη σύμφωνης αποδιαμόρφωση είναι εξαιρετικά δύσκολη, επειδή κάθε φίλτρο συσχέτισης απαιτεί διαφορετικό PLL και η κάθε συχνότητα εμφανίζεται μόνο $1/M$ του χρόνου. Για το λόγο αυτό καταφεύγουμε σε ασύμφωνη αποκωδιαμόρφωση.



ΑΣΥΜΦΩΝΗ ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ M-FSK



ΑΣΥΜΦΩΝΗ ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ M-FSK (1/5)

Όταν στην είσοδο του δέκτη βρίσκεται η $s_m(t)$ κυματομορφή με φάση ϕ_m και ο θόρυβος του καναλιού $n(t)$

$$u(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos[2\pi(f_c + m\Delta f)t + \phi_m] + n(t)$$

αποδεικνύεται ότι στο ζεύγος εξόδων r_{kc} και r_{ks} του ασύμφωνου αποδιαμορφωτή λαμβάνονται οι τιμές:

$$r_{kc} = \sqrt{\mathcal{E}_s} \left[\frac{\sin 2\pi(k-m)\Delta f T}{2\pi(k-m)\Delta f T} \cos \phi_m - \frac{\cos 2\pi(k-m)\Delta f T - 1}{2\pi(k-m)\Delta f T} \sin \phi_m \right] + n_{kc}$$
$$r_{ks} = \sqrt{\mathcal{E}_s} \left[\frac{\cos 2\pi(k-m)\Delta f T - 1}{2\pi(k-m)\Delta f T} \cos \phi_m + \frac{\sin 2\pi(k-m)\Delta f T}{2\pi(k-m)\Delta f T} \sin \phi_m \right] + n_{ks}$$
$$k = 0, 1, \dots, M-1$$



ΑΣΥΜΦΩΝΗ ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ M-FSK (2/5)

και χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις $\text{cott}(x)$ και $\text{sinc}(x)$

$$\text{cott}(x) = \frac{\cos(\pi x) - 1}{\pi x}$$

τα ζεύγη εξόδων γίνονται

$$r_{kc} = \sqrt{E_s} \left[\text{sinc} \left[2(k-m)\Delta fT \right] \cos \phi_m - \text{cott} \left[2(k-m)\Delta fT \right] \sin \phi_m \right] + n_{kc}$$

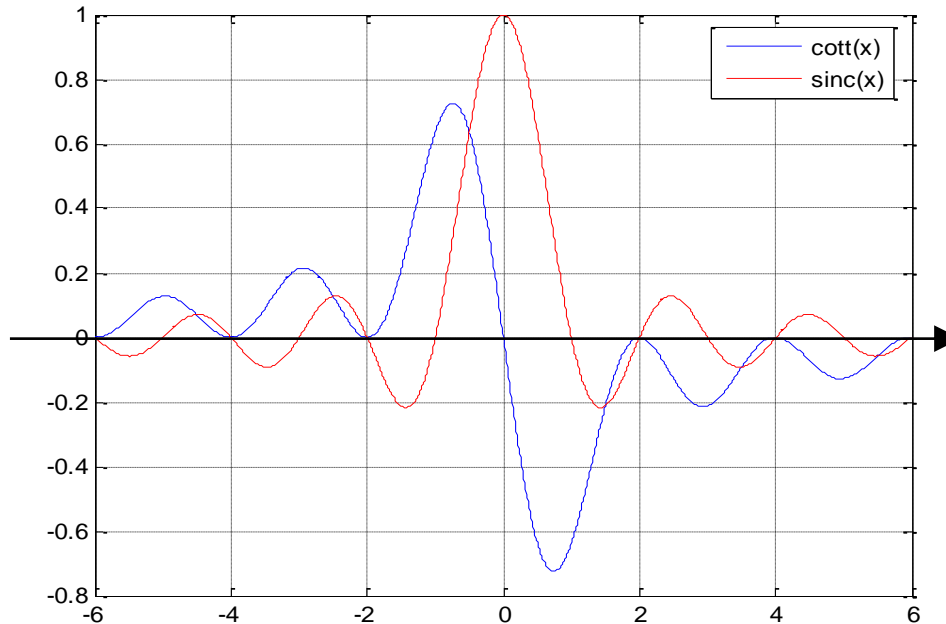
$$r_{ks} = \sqrt{E_s} \left[\text{cott} \left[2(k-m)\Delta fT \right] \cos \phi_m + \text{sinc} \left[2(k-m)\Delta fT \right] \sin \phi_m \right] + n_{ks}$$

$$k = 0, 1, \dots, M-1$$

Όπως μπορείτε να διαπιστώσετε από το διάγραμμα των συναρτήσεων $\text{cott}(x)$ και $\text{sinc}(x)$ που δίνεται στην επόμενη σελίδα, αυτές μηδενίζονται και οι δύο για όλα τα x που είναι άρτιοι ακέραιοι.



ΑΣΥΜΦΩΝΗ ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ M-FSK (3/5)



$$\text{codd}(x) = \frac{\cos(\pi x) - 1}{\pi x}$$
$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin \pi x}{\pi x}$$

Αν επιλέξουμε λοιπόν $\Delta f T = 1 \rightarrow \Delta f = R$

Τα ζεύγη εξόδων του ασύμφωνου αποδιαμορφωτή
γίνονται.



ΑΣΥΜΦΩΝΗ ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ M-FSK (4/5)

$$r_{kc} = n_{kc}, r_{ks} = n_{ks} \quad k = 0, 1, \dots, M-1 \quad k \neq m$$

Ενώ όταν $k=m$

$$r_{mc} = \sqrt{\mathcal{E}_s} \cos \phi_m + n_{mc}$$

$$r_{ms} = \sqrt{\mathcal{E}_s} \sin \phi_m + n_{ms}$$

Και αν εφαρμόσουμε :

$$r_n = \sqrt{r_{nc}^2 + r_{ns}^2}$$

Και δεχθούμε πολύ ισχυρό σήμα σε σχέση με το θόρυβο προκύπτει

$$r_k = \sqrt{n_{kc}^2 + n_{ks}^2} \quad k = 0, 1, \dots, M-1 \quad k \neq m$$

Ενώ όταν $k=m$

$$r_m = \sqrt{E_s} \quad k = m$$



ΑΣΥΜΦΩΝΗ ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΗΜΑΤΟΣ M-FSK (5/5)

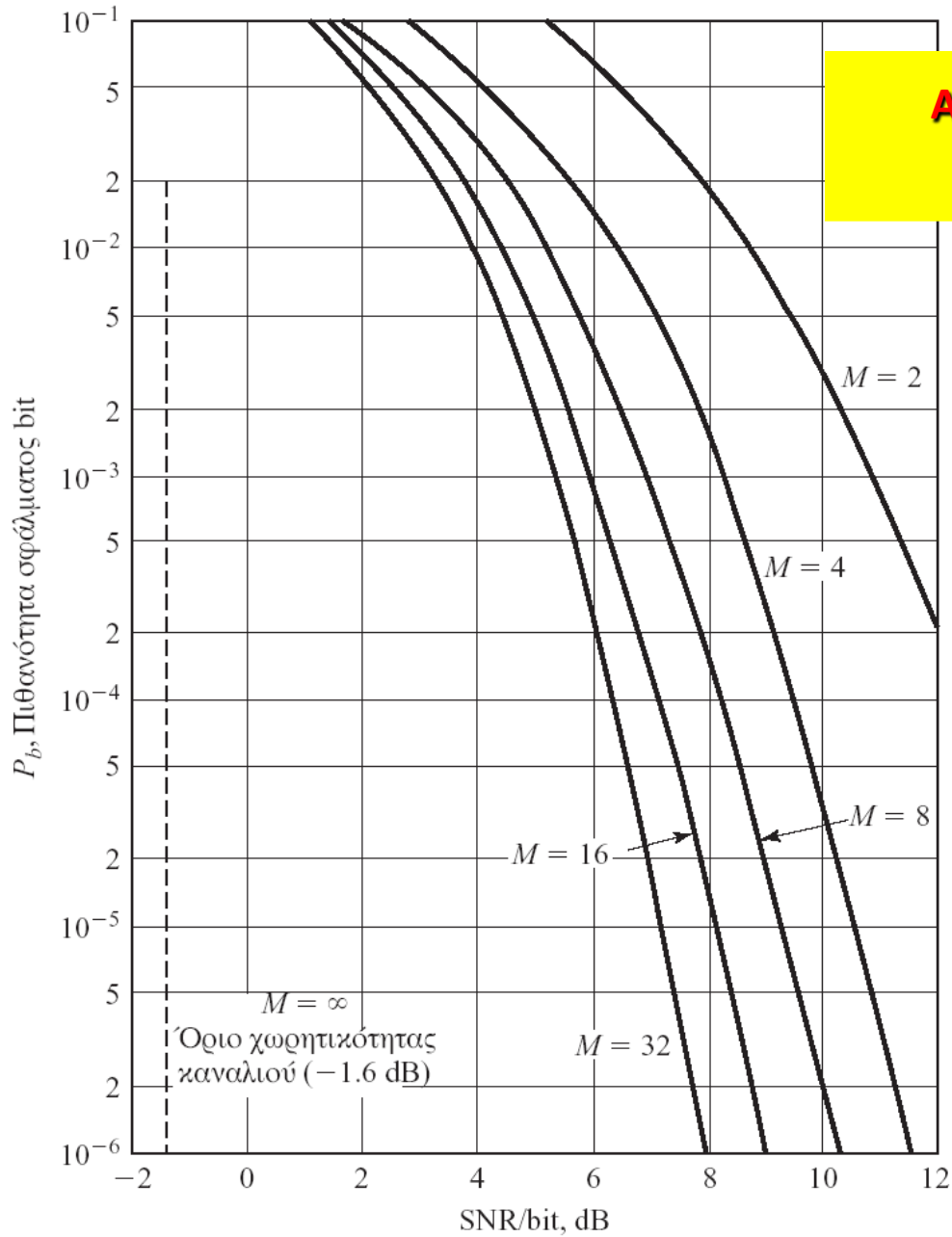
Στις προηγούμενες σχέσεις μπορείτε να διαπιστώσετε ότι ο θόρυβος έπαψε να είναι Gaussian οπότε και η φώραση σύμφωνα με το κριτήριο ελάχιστης απόστασης δεν ισχύει πλέον. Εν τούτοις στην πράξη εφαρμόζεται το ίδιο κριτήριο με αποτέλεσμα την μικρή αύξηση της πιθανότητας σφάλματος.

Επίσης το κύκλωμα της αποδιαμόρφωσης δεν διαθέτει πλέον το βέλτιστο φίλτρο, και αυτό είναι αιτία να αυξηθεί επιπλέον η πιθανότητα σφάλματος.

Τέλος, επειδή στο ασύμφωνο *M*-FSK υποχρεωθήκαμε να διπλασιάσουμε την τιμή του Δf σε σχέση με την τιμή που χρησιμοποιήσαμε στο σύμφωνο *M*-FSK, θα διπλασιαστεί ανάλογα και το αντίστοιχο εύρος ζώνης που απαιτείται για τη διαβίβαση των κυματοσειρών

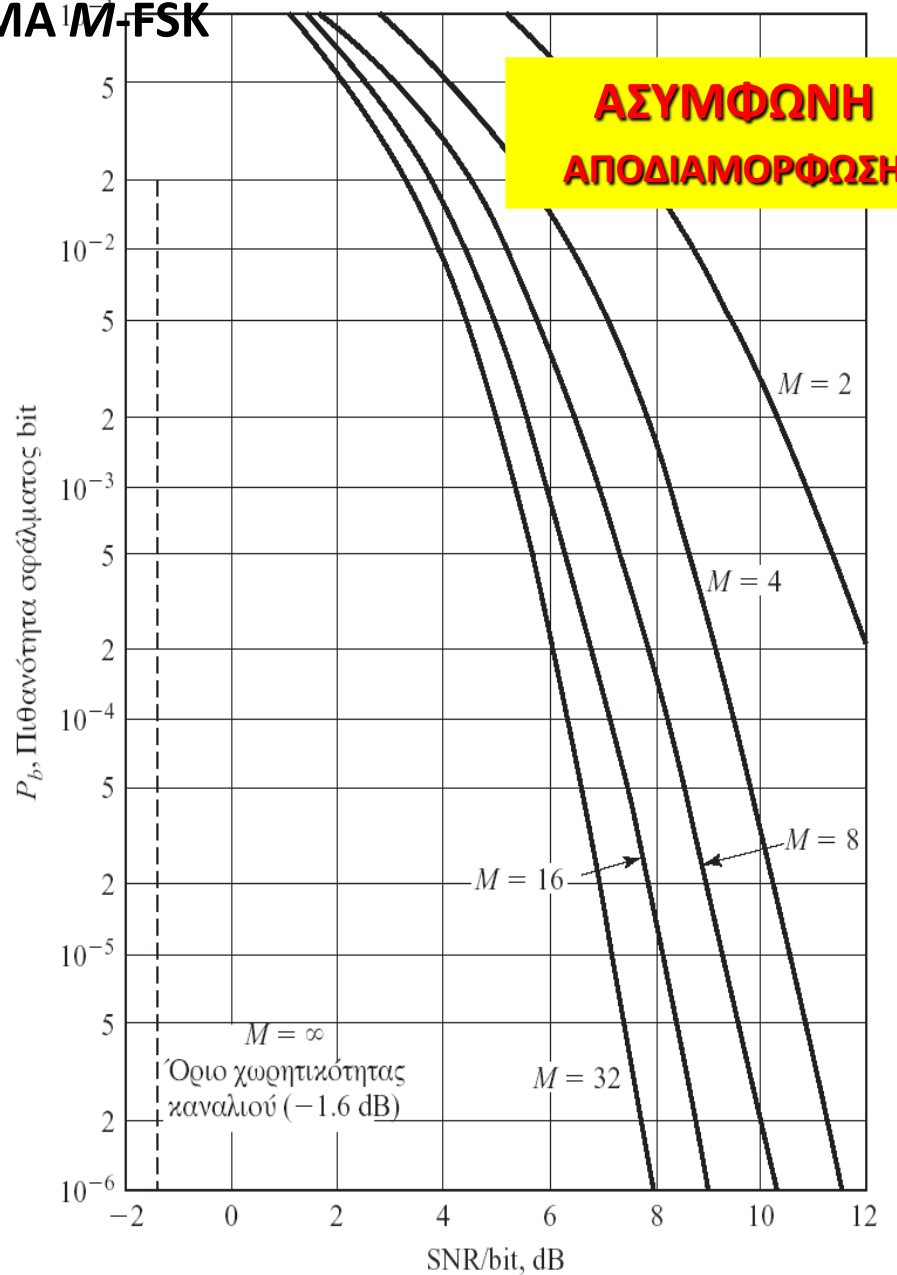
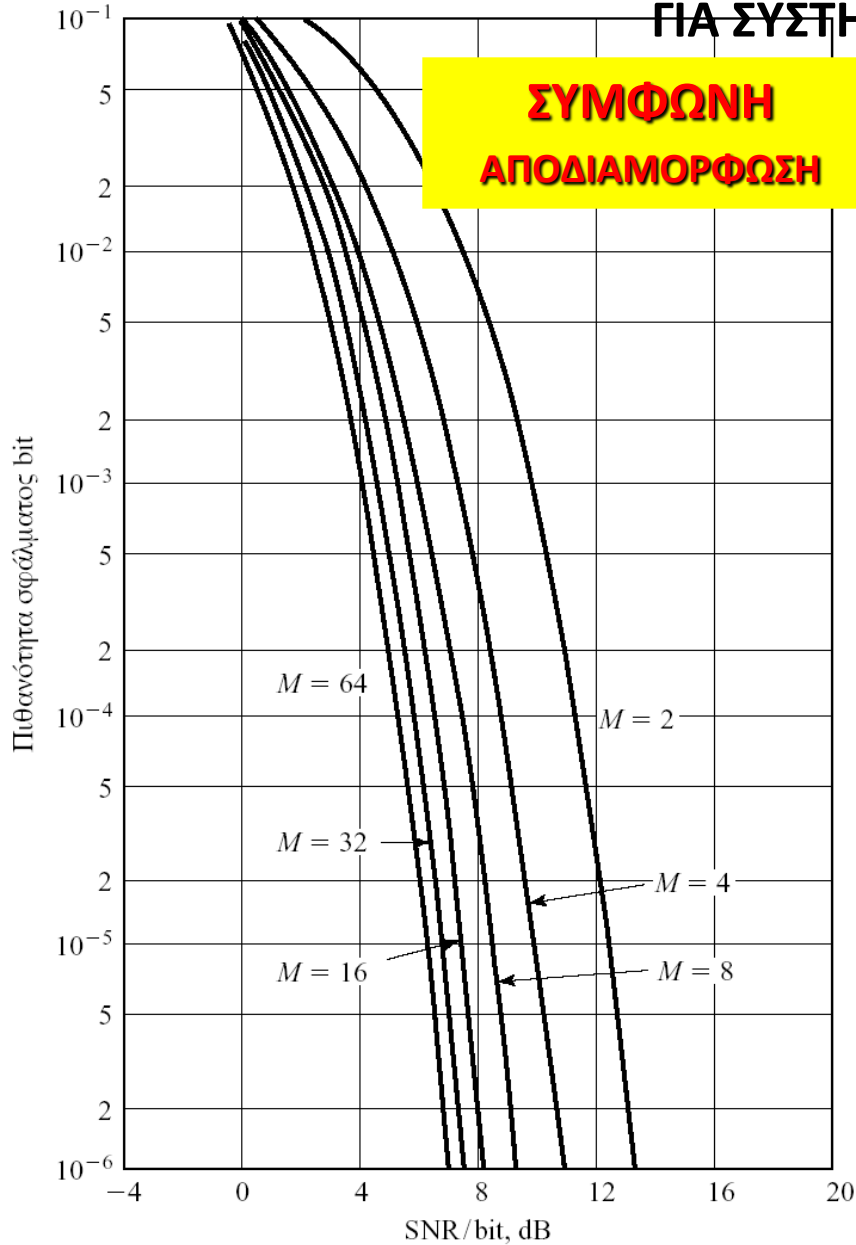


ΑΣΥΜΦΩΝΗ ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΗΜΑΤΩΝ M-FSK



ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΠΙΔΟΣΕΩΝ ΣΥΜΦΩΝΗΣ & ΑΣΥΜΦΩΝΗΣ ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ

ΓΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑ M -FSK



Μπορείτε να παρατηρήσετε ότι, στα ορθογώνια συστήματα που περιγράψαμε, η απόσταση μεταξύ οποιουδήποτε ζεύγους συμβόλων του αστερισμού έχει την ίδια τιμή. Στα συστήματα λοιπόν αυτά, όταν συμβαίνει λάθος στην διαβίβαση ενός συμβόλου του αστερισμού, στο δέκτη προκύπτει με την ίδια πιθανότητα οποιαδήποτε από τα υπόλοιπα $M-1$ σύμβολα.

Στα ορθογώνια λοιπόν συστήματα δεν ωφελεί σε τίποτα να γίνει απεικόνιση των bits στα σύμβολα με βάση το Gray κώδικα.

Επειδή κατά το σφάλμα συμβόλου προκύπτει οποιοδήποτε σύμβολο με την ίδια πιθανότητα, τα k bits που αντιστοιχούν στο διαβιβαζόμενο σύμβολο αντικαθίστανται από k τυχαία bits. Για αυτό το λόγο κατά μέσο όρο τα μισά από τα k bits θα είναι λανθασμένα.

Στα ορθογώνια λοιπόν συστήματα ισχύει:

$$P_b = P_e / 2$$



Τέλος Ενότητας

Αποδιαμόρφωση

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Σαγκριώτης Εμμανουήλ. «Εισαγωγή στα Συστήματα Επικοινωνιών. Ενότητα 3: Αποδιαμόρφωση». Έκδοση: 1.01 Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:<http://opencourses.uoa.gr/courses/DI11/>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

