

2^η ΕΡΓΑΣΙΑ

Δίνεται η παραβολική εξίσωση:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0$$

με $u(x, 0) = 1/2$ (αρχική συνθήκη) και $u(0, t) = u(1, t) = 0$ (συνοριακές συνθήκες)

1. Να υπολογισθεί η αριθμητική λύση της παραπάνω μερικής διαφορικής εξίσωσης με τη χρήση α) της άμεσης μεθόδου, β) της μεθόδου Crank-Nicolson (CN)
2. Να δειχθεί πειραματικά ότι η άμεση μέθοδος είναι ευσταθής για $0 < r \leq 1/2$, $r = k/h^2$ και μη ευσταθής για $r > 1/2$. Λάβετε, για παράδειγμα $h = 1/10^l$ με $l = 1, 2, 3, 4$ και $r = 0.1, 0.25, 0.48, 0.5, 0.52, 0.8, 1.0$.
3. Να βρεθεί πειραματικά το διάστημα $r \in [0, r_b]$ με $r_b \geq 1$ για το οποίο η μέθοδος CN δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα.
4. Σχολιάστε σύντομα τα πειραματικά σας αποτελέσματα.