

ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ \* 28.01.2015

Να απαντήσετε σε 2 θέματα από την Ομάδα Α' και σε 1 από την Ομάδα Β'.

ΟΜΑΔΑ Α'

**A1** (α) Να λυθεί η δ.ε.  $t(t+y)y' + y(3t+y) = 0$ .

(β) Να λυθεί η δ.ε.  $y'' + a^2y = \cos(\beta t)$ ,  $a, \beta \in \mathbb{R}$ .

**A2** (α) Να λυθεί η δ.ε.  $\vec{y}' = A\vec{y}$ , όπου  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ .

(β) Δίνεται το π.α.τ.

$$\begin{cases} y' = ay - \beta y^2, & a > 0, \beta > 0, \\ y(0) = \gamma, & \gamma \geq 0. \end{cases}$$

Να δείξει ότι  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \begin{cases} \frac{a}{\beta}, & \gamma > 0, \\ 0, & \gamma = 0. \end{cases}$

**A3** (α) Να λυθεί το π.α.τ.

$$\begin{cases} y'' + \pi^2 y = \begin{cases} \pi^2, & 0 \leq t \leq 1, \\ 0, & t > 1, \end{cases} \\ y(0) = y'(0) = 0. \end{cases}$$

(β) Να βρεθούν τα σημεία ισορροπίας, τα σημεία διακλάδωσης και να σχεδιαστεί το διάγραμμα διακλάδωσης, συμπεριλαμβανομένης της ευστάδεις, για τη δ.ε.  $y' = (\mu - y^2)y$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$ .

ΟΜΑΔΑ Β'

**B1** (α) Να λυθεί η εξίσωση  $\cos z = 3$ .

(β) Να δείξει ότι η απεικόνιση  $z \mapsto \sin z$  απεικονίζει ευθείες παράλληλες προς τον πραγματικό άξονα σε ελλείψεις και ευθείες παράλληλες προς τον φανταστικό άξονα σε υπερβολές.

(γ) Να υπολογιστεί το  $\int_C z^2 dz$ , όπου  $C$  η δεξιά προσανατολισμένη πολυγωνική γραμμή που συνδέει τα σημεία  $(0,0)$ ,  $(3,0)$  και  $(3,2)$ .

**B2** (α) Να υπολογιστούν οι τιμές του  $i^i$ .

(β) Να βρεθεί η ευζυγής αρμονική της  $x^2 - y^2$ .

(γ) Να υπολογιστεί το  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2 + 2x + 2)(x^2 + 4)} dx$ .