

Καμπύλες, Επιφάνειες, Ευθείες, Επίπεδα (Γενικά)

(μη αυστηρός ορισμός)

Καμπύλη είναι ένας δρόμος/τροχιά που περνάμε από κάθε σημείο του με συνεχή τρόπο.

• Ακριβής ορισμός: Uryshon 1921, Menger 1932

Ορισμός (Παραμετροποίηση Καμπύλη, Καμπύλη)

$$\vec{r} : I \rightarrow \mathbb{R}^n, \quad n \geq 2, \quad I = \text{διάστημα του } \mathbb{R}$$

$$\Gamma : \vec{r}(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t)), \quad t \in I, \quad \text{με } x_1, \dots, x_n = \text{συνεχείς}$$

$\Gamma = \vec{r}(I)$ ίχνος της καμπύλης ή καμπύλη.

Πως περιγράφεται μια καμπύλη στον \mathbb{R}^2

Αναλυτική εξίσωση

$$\Gamma = \{ (x, y) : f(x, y) = 0 \}, \quad f : A (\subseteq \mathbb{R}^2) \rightarrow \mathbb{R}$$

Καρτεσιανή εξίσωση

$$\Gamma = \{ (x, y) : y = f(x), \quad x \in I \}$$

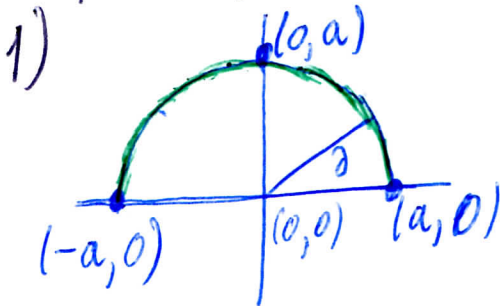
(όταν δίνεται η $f(x, y) = 0$ ως προς x ή y)

Παραμετρικές εξισώσεις

$$\Gamma = \{ \vec{r}(t) = (x(t), y(t)), t \in I \}$$

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

Παραδείγματα



Να περιγραφεί ο πράσινος δρόμος

Αναλ. εξίσωση

$$\Gamma = \{ (x, y) : x^2 + y^2 = a^2, y \geq 0 \}$$

Καρτ. εξίσωση

$$\Gamma = \{ (x, y) : y = \sqrt{a^2 - x^2},$$

$$x \in [-a, a] \}$$

Παρ. εξισώσεις

$$\Gamma = \{ \vec{r}(\vartheta) = (a \cos \vartheta, a \sin \vartheta) \quad \vartheta \in [0, \pi] \}$$

$$\begin{cases} x(\vartheta) = a \cos \vartheta \\ y(\vartheta) = a \sin \vartheta \end{cases} \quad \vartheta \in [0, \pi] \}$$

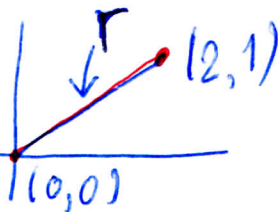
Οι παρ. δεν είναι μοναδικές

$$\text{π.χ. } r_1(x) = (x, \sqrt{a^2 - x^2}), x \in [-a, +a]$$

$$r_2(t) = (a \cos(100\vartheta), a \sin(100\vartheta)) \quad \vartheta \in [0, \frac{\pi}{100}]$$

Μόνοι μας: 2

Να περιγραφεί ο κόκκινος δρόμος



βλ. Μαθηματ. 06