

Ουρές Αναμονής - 5^η δέσμη ασκήσεων

1. Βρείτε τη στάσιμη κατανομή του αριθμού των πελατών και το ποσοστό των χαμένων πελατών σε μια $M/M/2/2$ ουρά με ετερογενείς υπηρέτες, οι οποίοι επιλέγονται ισοπίθανα όταν είναι ελεύθεροι. Δίνονται ο ρυθμός αφίξεων λ και οι ρυθμοί εξυπηρέτησης μ_1 και μ_2 των δυο υπηρετών.
2. Θεωρούμε τη $M^c/M/1/2$ ουρά δηλαδή την $M/M/1/2$ ουρά με ομαδικές αφίξεις, όπου ο ρυθμός αφίξεων ομάδων είναι λ και ο ρυθμός εξυπηρέτησης μ . Κάθε αφικνούμενη ομάδα έχει μέγεθος 1 με πιθανότητα $\frac{1}{2}$ και μέγεθος 2 με πιθανότητα $\frac{1}{2}$. Σε περίπτωση που μια αφικνούμενη ομάδα δεν χωράει να εισέλθει ολόκληρη στο σύστημα τότε απορρίπτεται ολόκληρη απ' το σύστημα (κανένας πελάτης της δεν εισέρχεται στο σύστημα).
 - a. Να γραφούν οι εξισώσεις ισορροπίας για τη στάσιμη κατανομή $\{p_n\}$ του αριθμού των πελατών στο σύστημα (σε μια τυχαία χρονική στιγμή).
 - b. Να βρεθεί η στάσιμη κατανομή $\{p_n\}$.
 - c. Να βρεθεί το ποσοστό των χαμένων πελατών.
3. Να απαντηθούν τα ίδια ερωτήματα που τέθηκαν στην άσκηση 2, για το τροποποιημένο μοντέλο όπου μια αφικνούμενη ομάδα που δεν χωράει να εισέλθει ολόκληρη στο σύστημα δεν απορρίπτεται, αλλά εισέρχονται όσοι πελάτες της μπορούν να χωρέσουν στο σύστημα.
4. Θεωρούμε μια $M/M/1$ ουρά με ρυθμό αφίξεων λ και εκθετικούς χρόνους εξυπηρέτησης με παράμετρο μ , στην οποία ο υπηρέτης υπόκειται σε διαδοχικές βλάβες και επισκευές και επομένως εναλλάσσεται μεταξύ περιόδων λειτουργίας και περιόδων αργίας (επισκευής). Οι περίοδοι λειτουργίας του υπηρέτη έχουν την εκθετική(θ) κατανομή ενώ οι περίοδοι αργίας (επισκευής) έχουν την εκθετική(ξ) κατανομή. Όταν ο υπηρέτης λειτουργεί, οι αφίξεις και οι εξυπηρετήσεις γίνονται κανονικά, όπως σε μια συνήθη $M/M/1$ ουρά, ενώ όταν δεν λειτουργεί σταματούν τόσο οι αφίξεις όσο και οι εξυπηρετήσεις.
 - a. Να περιγραφεί το σύστημα από μια Μαρκοβιανή Αλυσίδα συνεχούς χρόνου και να γίνει το διάγραμμα ρυθμών μετάβασης.
 - b. Να βρεθεί η συνθήκη στασιμότητας (ευστάθειας) του συστήματος.
 - c. Να υπολογιστούν οι πιθανότητες να βρίσκονται n άτομα στο σύστημα, για $n = 0, 1, \dots$, όταν αυτό βρίσκεται σε κατάσταση στατιστικής ισορροπίας(στασιμότητας).
 - d. Να υπολογιστεί το ποσοστό του χρόνου που ο υπηρέτης βρίσκεται υπό επισκευή.